Michael Früh

Studien über die Bildung des Kötzers beim Selfaktor

Studien

über die

Bildung des Kötzers beim Selfaktor

Von der Königl. Technischen Hochschule zu München zur Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs) genehmigte

Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Michael Früh

aus Fuerth i. B.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Referent: Prof. Geh. Rat **Egbert Ritter von Hoyer**
Korreferent: Prof. Dr. **Ludwig Burmester**

BERLIN 1907
Richard Dietze
(Verlag von Dinglers Polytechnischem Journal)

Meinen lieben Eltern gewidmet!

VORWORT.

Meine ersten Kenntnisse auf dem Gebiete der mechanischen Technologie verdanke ich den Vorlesungen meines geehrten Herren Professors, Geh. Rates Egbert Ritter von Hoyer, ordentlicher Professor an der Königl. bayr. techn. Hochschule zu München.

Für meine weitere Ausbildung und als Grundlage meiner Dissertation diente folgende Literatur:

Mechanische Technologie von Geh. Rat Ritter v. Hoyer;

Handbuch der Baumwollspinnerei und Studien über den Wickelkörper des Selfaktors von Otto Johannsen, Direktor der Fachschule für Spinnerei usw. in Reutlingen;

Theoretische und praktische Studien über den Selfaktor von Ernst Stamm;

Der Bewegungsmechanismus des Parr-Curtis Selfaktors von C. H. Schmidt, Professor der mechanischen Technologie an der K. Polytechnischen Schule zu Stuttgart.

An dieser Stelle gestatte ich mir meinen Dank der Firma Weber & Ott in Fuerth i. B. auszusprechen, die mir Gelegenheit gab, in ihrer Weberei in Erlangen und Spinnerei in Forchheim die Maschinen der Textilindustrie kennen zu lernen.

Michael Früh.

I. Einleitung.

Das vom Selfaktor gesponnene Garn wird nach einer ganz bestimmten Form auf Spindeln gewickelt; die dabei entstehenden Gebilde nennt man die Kötzer (Cops). Die Bildung des Kötzers (Fig. 1) zerfällt in drei Teile:

1. Ansatz *abc*,
2. Mittelstück *bcde*,
3. Schlußstück *defg*.

Der Kötzer soll eine Schleifspule werden, d. h. der Faden soll mit möglichst großer Geschwindigkeit in Richtung der Spindelachse *AA* bei Stillstand derselben abgewickelt werden.

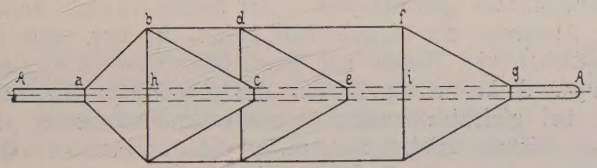

Fig. 1.

Man betrachte die Wageneinfahrt, diejenige Periode des Spinnprozesses am Selfaktor, während welcher die Fadenaufwicklung, also die Kötzerbildung, stattfindet. Eine solche Periode liefert jeweils eine Fadenschicht, welche in eine ab- a_1 und eine aufsteigende Spirale a_2 zerfällt (Fig. 2). Um nun eine möglichst große Fadenabzugsgeschwindigkeit erreichen zu können, wickelt man die Spiralen auf Kegelmäntel ab. Diese Kegelform wird eingeleitet durch Bildung des Ansatzes. Läßt man während derselben die Schichtenhöhe stetig zunehmen, so erhält man eine Zunahme der Widerstandsfähigkeit des Kötzers gegen Biegung. Es ist dann möglich, die den Kötzer stützende Papierhülse auf ein Mindestmaß zu verringern.

Dies bedingt nicht nur eine Abnahme des Taragewichtes, sondern auch einen wesentlichen Vorteil für das Färben der Kötzer.

Während der Bildung des Ansatzes verfolgt man also zwei Zwecke: einen Uebergang von den zylindrischen Schichten zu den kegelförmigen zu schaffen und dem Kötzer eine große Festigkeit zu verleihen.

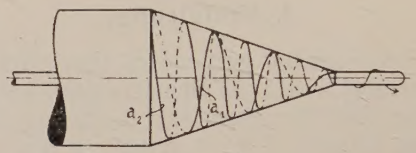

Fig. 2.

Während der Bildung des Mittelstückes nehmen die Schichthöhen, gleichbedeutend mit den Kegelhöhen, wieder stetig ab. Mit dieser Abnahme verfolgt man drei Zwecke.

Da beim Verpacken der Kötzer das Schlußstück des einen an den Ansatz des anderen zu liegen kommt, so werden sich die Kötzer um so besser aneinanderlegen, je mehr die Höhe *ah* des Ansatzes derjenigen *ig* des Schlußstückes gleichkommt. Der zweite Vorteil, welchen die Abnahme der Kegelhöhen bietet, ist der, daß man möglichst viel Faden auf eine bestimmte Kötzerlänge bringt. Je kleiner nun drittens die Kegelhöhen der Schichten bei gleichbleibendem Grundflächendurchmesser sind, desto leichter erfolgt die Abwindung des Fadens. Doch dürfen andererseits die Höhen nicht zu klein werden, denn sonst würde beim Abwickeln des Fadens vom Kötzer eine Verwirrung und somit ein Bruch des Fadens eintreten.

Bei der Bildung des Ansatzes rücken die Grundflächen von Schicht zu Schicht langsamer vorwärts als die Spitzen derselben, und umgekehrt ist dies bei der Bildung des Mittelstückes der Fall. Bei derjenigen des Schlußstückes rücken beide gleich schnell vorwärts, da sämtliche Schichten von hier an gleiche Höhen besitzen.

Die Führung des Fadens beim Aufwinden desselben übernimmt der sogenannte Aufwinder und das Senken und Heben des letzteren die Leitschiene, bezw. die Stelze, welche auf derselben aufruht und mit dem Aufwinder durch einen zweiarmigen Hebel verbunden ist (Fig. 3). Der Einfachheit halber denkt man sich nun die Spiralen

in einzelne Fadenringe zerlegt. Nachdem der Ansatz gebildet ist, sorgt die Konstruktion der Leitschiene dafür, daß die Abstände dieser Ringe, also die Steigung der Schraubenlinie, während der ab- sowohl als auch während der aufsteigenden Spirale jeder einzelnen Schicht konstant bleiben. Dadurch ist bedingt, daß sich der Aufwinder bei der absteigenden Spirale mit ab- und bei der aufsteigenden mit zunehmender Geschwindigkeit bewegen muß.

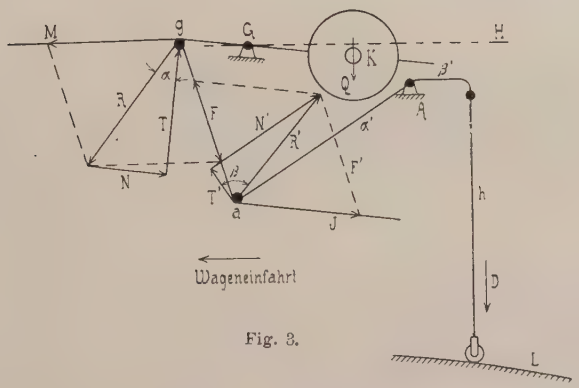

Fig. 3.

Mit der Bewegung des Aufwinders findet selbstverständlich gleichzeitig ein Rotieren der Spindeln statt.

Wenn man nun von der Geschwindigkeit des Aufwinders und von derjenigen der Spindeln spricht, so hat man beide immer auf diejenige des Wagens, als Träger des Aufwinders und der Spindeln, zu beziehen. Für die folgende Betrachtung nimmt man eine konstante Einfahrtsgeschwindigkeit des Wagens an, somit eine konstante Fadenlieferung. In Wirklichkeit bewegt er sich zuerst mit zunehmender und dann mit abnehmender Geschwindigkeit. Dies hindert jedoch nicht, hier von der Annahme einer konstanten Wagengeschwindigkeit auszugehen; denn der Aufwinder- und der Spindelbewegungsmechanismus sind direkt mit dem Wagen gekuppelt. Einem Wagenweg *a* z. B. entspricht durch Konstruktion der Leitschiene ein Aufwinderweg *b*. Legt nun der Wagen diesen Weg *a* schneller oder langsamer zurück, so legt auch der Aufwinder seinen Weg *b* entsprechend schneller oder langsamer zurück.

Dasselbe gilt auch für die Tourenzahl der Spindeln. Einem Weg a des Wagens entspricht immer eine Tourenzahl c der Spindeln, ohne Rücksicht auf die Anzahl Sekunden, während welcher die Bewegung ausgeführt wird.

Das Resultat dieser Betrachtung sagt aus, daß für die Bewegung des Aufwinders und der Spindeln nicht die Zeitdauer, sondern der vom Wagen zurückgelegte Weg maßgebend ist.

Daß man nun den Wagen in Wirklichkeit nicht mit konstanter Geschwindigkeit sich bewegen läßt, hat nur den Zweck, die Wageneinfahrt in möglichst kurzer Zeit auszuführen, um somit die Leistung des Selfaktors auf ein Höchstmaß zu bringen. Dies könnte theoretisch auch erreicht werden, wenn man den Wagen mit einer mittleren konstanten Geschwindigkeit sich bewegen ließe, die sich aus der vorher angeführten zunehmenden und abnehmenden Geschwindigkeit ergeben würde. Es müßten dann jedoch bei Beginn der Einfahrt die zu bewegenden Massen sofort auf diese mittlere Geschwindigkeit gebracht und am Schluß derselben sofort zu Null gemacht werden. Ein starker Stoß am Anfang sowohl, als auch am Schluß der Bewegung wäre die Folge, und die schon ohnedies stark beanspruchten Seile, welche die Wageneinfahrt bewerkstelligen, würden noch bedeutend stärker belastet werden.

II. Die Gleichung der Leitschiene.

Die Aufgabe besteht darin, die Leitschiene so zu gestalten, daß sich die Fadenringe in konstanter Entfernung nebeneinander legen. Konstant muß diese Entfernung für jede einzelne kegelförmige Schicht sein; doch nimmt sie mit dem Wachsen der Kegelhöhen zu und umgekehrt.

Ist die Leitschiene einmal hergestellt, so kann ihre Form nicht mehr geändert werden.

Man konstruiert nun die Leitschiene, resp. deren Oberfläche in bezug auf das Schlußstück, also für diejenigen Kegelschichten, deren Höhen konstant bleiben.

Man nimmt an, daß die Spindel, auf welcher der Kötzer gebildet wird, ein Zylinder vom Radius r ist (Fig. 4). In Wirklichkeit bildet diese einen Kegelstumpf, um ein rasches Abziehen des Kötzers von derselben zu ermöglichen. Gegeben ist der Kegelstumpf von der Höhe h_1 und den Begrenzungskreisen $2r\pi$ und $2R\pi$.

Dieser Kegelstumpf stellt dann die Oberfläche der Schichten des Schlußstückes dar. h_1 bedeutet die konstant bleibende Schichtenhöhe, also gleichzeitig den halben Aufwinderweg innerhalb der Bildung einer solchen Schicht. Gegeben ist ferner die Größe der Wageneinfahrt s;

$$s = s_1 + s_2,$$

wobei s_1 den Wagenweg, bezw. die frei gewordene Fadenlänge für die ab- und s_2 diejenige für die aufsteigende

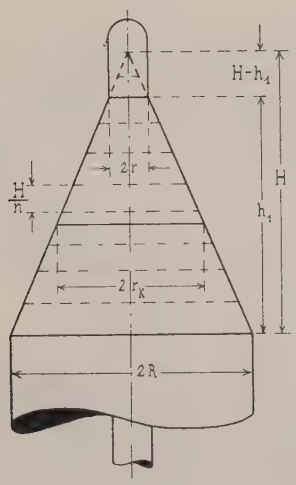

Fig. 4.

Spirale bedeutet. In Wirklichkeit ist die Größe des Wagenweges nicht identisch mit der Länge des gelieferten Fadens, sondern letztere ist etwas größer; doch kann diese Differenz hier unberücksichtigt bleiben.

Die folgende Untersuchung werde nun für die aufsteigende Spirale durchgeführt; analog ist dann für die absteigende Spirale zu verfahren.

Nachdem man den Kegelstumpf zu dem zugehörigen Kegel mit der Höhe H vervollständigt, denkt man sich senkrecht zur Kegelachse n Ebenen gelegt, welche die Kegelhöhe in n gleiche Teile teilen. Jeder so entstandene Kegelstumpf hat dann die Höhe $\frac{H}{n}$. Greift man nun eine beliebige Stelle des Kegels heraus, so entspreche

dieser ein Radius r_k und zählt bis zu diesem Kreis k Normalschichten, wenn man mit der Zählung derselben an der Spitze des Kegels beginnt. k durchläuft also die Werte von 0 bis n.

Auf Grund der Aehnlichkeit von Dreiecken entsteht folgende erste Gleichung:

$$r_k : R = \frac{H}{n} \cdot k : \frac{H}{n} \cdot n$$

$$r_k = R \cdot \frac{k}{n}; \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

$$k = 0, \qquad r_k = 0,$$
$$k = k^1, \qquad r_k = r,$$
$$k = n, \qquad r_k = R.$$

Fig. 5 stelle die Leitschiene vor, dann entspricht AB der ab-, BC der aufsteigenden Spirale. Es soll nun die Kurvengleichung für BC aufgestellt werden.

B ist der höchste Punkt der Leitschiene, also derjenige Punkt, in welchem sich die Stelze befindet, wenn

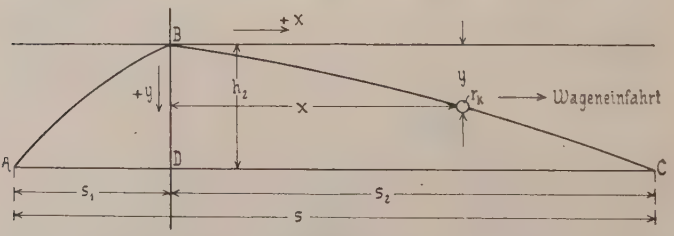

Fig. 5.

der Aufwinder seine tiefste Stellung einnimmt, also am Basiskreis $2R\pi$; während Stellung C der Spitze der Spirale, also $2r\pi$ entspricht.

In Fig. 3 sei

$\alpha' =$ Hebelarm des Aufwinders,
$\beta' =$ „ der Stelze.

Es sei ferner:

$$\frac{\beta'}{\alpha'} = c,$$

dann ist

$$h_2 = c h_1 \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Man legt nun (Fig. 5) ein rechtwinkliges Achsenkreuz so, daß der Punkt B der Koordinatenanfang, die x-Achse parallel und dann die y-Achse senkrecht zu AC gerichtet ist, wobei AC mit der Bewegungsrichtung des Wagens identisch ist.

Es ist dann:

$x =$ Fadenlänge, Wagenweg;

$y =$ Projektion des Weges der Stelze auf die y-Achse;

$t =$ Anzahl der Fadenringe, gezählt von R bis r_k (Fig. 4);

$T =$ Anzahl der Fadenringe, gezählt von R bis r.

Für die Stellung bei r_k ist nun:

$$x = \pi (R + r_k) t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

r_k aus Gleichung 1.

$$x = \pi t R \left\{1 + \frac{k}{n}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3')$$

$$y = \frac{H}{n} \left\{n - k\right\} c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

hieraus

$$\frac{k}{n} = 1 - \frac{y}{Hc} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4')$$

$$t = \frac{T}{h_1} \frac{H}{n} \left\{n - k\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

$\frac{k}{n}$ aus 4'

$$t = \frac{T}{h_1} \frac{y}{c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5')$$

$$T\pi (R + r) = s_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

$$r = R \frac{H - h_1}{H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

in 6

$$T\pi R \left(2 - \frac{h_1}{H}\right) = s_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6')$$

hieraus T in 5' eingesetzt.

$$t = \frac{s_2}{\tau R\left(2 - \frac{h_1}{H}\right)} \frac{y}{h_1 c} \quad \ldots \ldots \quad 5'')$$

Den Wert von t aus Gleichung 5′ und $\frac{k}{n}$ aus Gleichung 4′ in Gleichung 3 eingesetzt, gibt

$$x = \frac{s_2}{h_1 c^2 \{2H - h_1\}} \cdot (2Hc - y)\, y \quad \ldots \quad 3)$$

Setzt man nun;

$$\frac{s_2}{h_1 c^2 (2H - h_1)} = \frac{1}{b}; \quad 2Hc = a,$$

so ist

$$y^2 - ay + bx = 0 \quad \ldots \ldots \quad 8)$$

Dies ist die Gleichung einer Parabel, deren Achse parallel zur x-Achse ist. Der Abstand beider ist gleich der Ordinate des Scheitelpunktes der Parabel.

$$y = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - bx} \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

Für jeden Wert von x erhält man zwei Werte von y, ausgenommen der Fall, wenn

$$x_0 = \frac{a^2}{4b},$$

dann ist

$$y_0 = \frac{a}{2};$$

dies sind dann die Koordinaten des Scheitels der Parabel.

Führt man nun ein neues Koordinatensystem XY ein, so daß

$$x = \frac{a^2}{4b} + X; \quad y = \frac{a}{2} + Y,$$

so geht Gleichung 8 über in

$$Y^2 + bX = 0 \quad \ldots \ldots \quad 9)$$

Ganz analog läßt sich die Gleichung für AB der Leitschiene ableiten oder auch aus der vorhergehenden (9) direkt, wenn man entsprechend transformiert und für s_2 den Wert s_1 einsetzt.

Für die weitere Betrachtung diene wieder Gleichung 8. Es ist sofort ersichtlich, daß die Scheitelkoordinaten $x_0 y_0$ immer positiv sind.

Es muß nun sein

$$x_0 > s_2, \qquad y_0 > h_2.$$

Dies trifft zu, denn

$$x_0 = \frac{a^2}{4b} = \frac{H^2 s_2}{h_1 (2H - h_1)}.$$

Es ist immer

$$H > h_1$$

z. B.

$$H = h_1 + d,$$

so ist

$$x_0 = s_2 \left\{ 1 + \frac{d^2}{h_1^2 + 2 h_1 d} \right\} > s_2 \quad . \quad . \quad 10\,a)$$

$$y_0 = \frac{a}{2} = Hc = H \frac{h_2}{h_1} > h_2 \quad . \quad . \quad . \quad 10\,b)$$

Es sind nun noch zwei sehr wichtige Bedingungen zu erfüllen.

Die Parabel wurde berechnet für das Schlußstück, also auf Grund der konstanten Kegelhöhen h_1.

Die erste Schicht des Kötzers, d. i. also diejenige, welche auf die nackte Spindel aufgewickelt wird, habe eine Höhe h_a, die Schlußschicht des Ansatzes, also die erste Schicht des Mittelstückes eine Höhe h_m.

Es ist nun:

$$h_1 > h_a < h_m.$$

Für die weitere Diskussion der von der Kurvengleichung noch zu erfüllenden Bedingungen muß zuerst folgende Betrachtung eingeschaltet werden.

Man verlangt, daß während der Bildung des Mittelstückes sowohl als auch während derjenigen des Schlußstückes die Entfernung der einzelnen Fadenringe voneinander innerhalb einer jeden einzelnen Schicht konstant bleibt, d. h. jeder Tourenzahl der Spindeln entspreche ein gleicher Weg des Aufwinders, resp. der Stelze. Die Berechnung der Leitschiene stützte sich jedoch nur auf die Aufrechterhaltung dieser Bedingung innerhalb der Schichten des Schlußstückes. Damit ist also noch nicht bewiesen,

daß dies auch für diejenigen des Mittelstückes zutrifft. Solange nun diese Kurve der Leitschiene eine Parabel, also eine krumme Linie und keine gerade Linie ist, kann diese Bedingung, theoretisch genommen, für beide Teile der Kötzerbildung unmöglich erfüllt werden.

In Fig. 6 sei BC_3 die Parabel, konstruiert für das Schlußstück. Für den Beginn der Kötzerbildung, wo die Schichten mit der Höhe h_2 beginnen, denkt man sich die Parabel BC_3 um Punkt B nach C_1 gedreht; von hier aus nach C_2, als Stellung für den Beginn des Mittelstückes. Hier haben die Schichten die größte Höhe h_m erreicht; schließlich dreht sich die Parabel nach C_3 zurück und man ist somit am Beginn der Bildung des Schlußstückes angelangt. Von hier an findet keine Drehung mehr statt.

Fig 6.

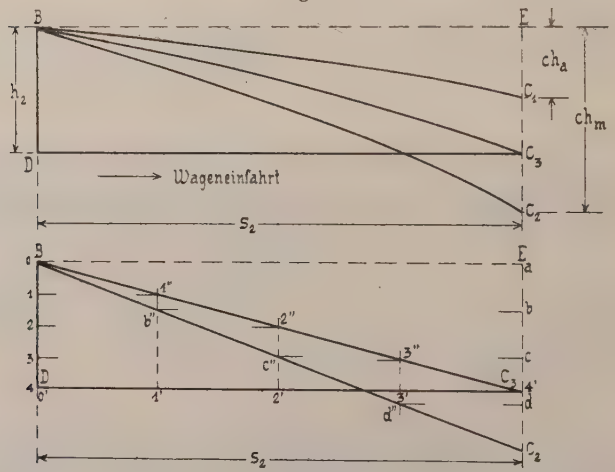

Fig. 7.

Selbstverständlich muß sich die Leitschiene während der ganzen Kötzerbildung senken, wegen des Fortschreitens der einzelnen Schichten.

Damit nun auch für Stellung BC_2 die Entfernung der Fadenringe konstant bleibt, konstruiert man sich gerade so wie für BC_3 die Parabel. Dreht man nun die Parabel BC_3 um Punkt B nach C_2, so ist es klar, daß sich beide Parabeln niemals decken werden. Denn dies könnte nur bei kongruenten Parabeln der Fall sein, was jedoch letztere

nicht sind. Benutzt man also die Parabel BC_3 auch für die Stellung BC_2, so kann für das Mittelstück die genannte Bedingung der konstanten Ringentfernung, theoretisch betrachtet, nicht erfüllt werden; die Entfernung wäre nicht mehr konstant. An Stellen mit zu großer Entfernung würde eine Lücke, an solchen mit zu kleiner Entfernung eine Anstauung des Fadens in der Kötzerbildung stattfinden, was selbstverständlich nicht eintreten soll.

Wie bereits erwähnt, würde die Bedingung immer erfüllt werden, wenn die Kurve keine Parabel, sondern eine Gerade wäre.

Wenn nun im folgenden dies für die Gerade bewiesen wird, so läßt sich das Ergebnis für den Fall einer Leitschiene mit krummer Oberfläche zunutze ziehen.

Ehe nun dieser Beweis erbracht wird, muß man von dem folgenden Fehler absehen.

An Stelle der Parabel hat man nun eine gerade Linie BC_3 (Fig. 7). Teilt man BD in gleiche Teile, so entsprechen gleichen Aufwinderwegen gleiche Fadenlieferungen; infolgedessen müßten die Fadenschichten in Zylinderform aufgewunden werden; man verlangt jedoch Kegelform. Deshalb muß man für die folgende Untersuchung den Fehler unberücksichtigt lassen und sagen, es entstehen trotzdem Kegelwindungen; denn der Zweck, der bei dieser Untersuchung erreicht werden soll, nimmt, wie man später sehen wird, daran keinen Anstoß.

Man teile nun z. B. BD in vier gleiche Teile. Es entsprechen nun den Punken *0*, *1*, *2*, *3*, *4* die Wagenstellungen *0'*, *1'*, *2'*, *3'*, *4'* und die Stelzenstellungen *0''*, *1''*, *2''*, *3''*, *4''*. Man dreht nun BC_3 um Punkt B nach C_2, als Stellung für den Beginn des Mittelstückes. Teilt ebenfalls EC_2 ($EC_2 \parallel BD$) in vier gleiche Teile; zieht durch die Teilpunkte *a b c* usw. die Wagerechten bis zum Schnitt mit BC_2 und erhält die Punkte *a'' b'' c''* usw. als Stellungen der Stelze. Es liegen nun entsprechende Punkte z. B. *1' b'' 1''* auf Senkrechten zu DC_3, denn sowohl BC_3 als BC_2 werden in vier gleiche Teile geteilt. Somit ist bewiesen, daß entsprechenden Aufwinder- bezw. Stelzenwegen gleiche Wagenwege, somit gleiche Fadenlieferungen zugehören; dazu kommen noch gleiche Tourenzahlen der Spindeln für gleich große Aufwinderwege, innerhalb jeder einzelnen Schicht. Somit wird hier immer die Bedingung der konstanten Fadenringentfernung erfüllt.

Wenn nun auch die Kegelhöhen verschieden sind, so entsprechen trotzdem den Stellungen *0*, *1*, *2* (Fig. 8) des Aufwinders gleiche Durchmesser, wie den entsprechenden Stellungen *abc* usw. mit der Voraussetzung, daß der Grund- und Spitzenkreis der Kegel konstant bleiben. Es muß ja jeweils der gelieferte Faden aufgewickelt werden. Der Beweis ist wie folgt leicht zu führen. Zu BC_3 gehört der Kegel mit der Mantellinie *ef*, zu BC_2 — *cd'*. Man teilt nun die Kegelhöhen wieder in vier gleiche Teile und zieht die Wagerechten bis zur entsprechenden Kegel-

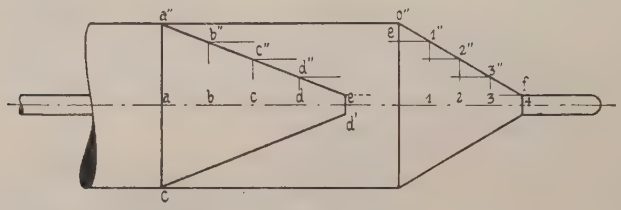

Fig. 8.

mantellinie. Es ist sofort klar, daß die Punkte *o''a''* und *1''b''* usw. gleichen Abstand von der Kegelachse haben. Somit ist bewiesen, daß entsprechenden Aufwinderstellungen für die verschiedenen Schichten gleiche Kegeldurchmesser zugehören. Der Unterschied ist nur der, daß für Kegelschichten mit größeren Höhen die Aufwindergeschwindigkeit insgesamt zunimmt; denn der Aufwinder muß während derselben Wageneinfahrtszeit einen größeren Weg zurücklegen als bei Kegelschichten mit kleineren Höhen.

Der Weg s_2 als Weg, bezw. als Fadenlieferung für die aufsteigende Spirale ist festgelegt, doch kann man die Höhe *BD* (Fig. 6) verändern. Damit ist nicht gesagt, daß man eine solche Veränderung durch Drehen der Laufschiene um Punkt *B* erreicht; sondern für dieselbe Stellung, also für diejenige der Bildung des Schlußstückes kann *BD* verschieden groß gewählt werden. Es ändert sich dann natürlich auch der Hebelarm (Fig. 3), an welchem die Stelze angreift, um die Aufwinderbewegung hervorzurufen. Je größer eben *BD* wird, desto größer muß dann der Hebelarm der Stelze werden und umgekehrt; denn an der Größe der Aufwinderbewegung soll nichts mehr geändert werden.

Je kleiner man nun bei Konstanten s_2 BD annimmt, desto flacher wird die Parabel, desto mehr nähert sie sich einer geraden Linie, desto mehr erfüllt sie die Bedingung, daß die Entfernungen der Fadenringe voneinander auch für sämtliche Schichten des Mittelstückes, innerhalb jeder einzelnen derselben, konstant bleiben. Während nun, wie bereits erwähnt, bei der Leitschiene mit gerader Oberfläche (Fig. 7) der Fehler eintreten würde, daß

$$0'1' = 1'2' = 2'3',$$

d. h. daß gleichen Wagenwegen gleiche Aufwinderwege entsprechen, ist jedoch bei der Parabel laut Berechnung

$$0'1' > 1'2' > 2'3',$$

wegen der Abnahme des Durchmessers der Fadenringe innerhalb der Bildung der aufsteigenden Spirale.

Die Verhältnisse von BD und s_2 sind nun in der Praxis so gegeben, daß bei einer Drehung der Leitschiene um Punkt B aus der Stellung C_3 nach C_2 die gestellte Bedingung der konstanten Ringentfernung sehr genau erreicht wird. An Hand von gezeichneten Parabeln kann die Richtigkeit dieser Untersuchung sofort erprobt werden.

Man sucht also BD möglichst klein zu machen; deshalb ist es auch erklärlich, warum die Parabel für das Schlußstück konstruiert wurde und nicht für den Beginn des Mittelstückes; weil wegen der kleineren Höhen der Schichten, resp. BD, im ersteren Fall die Parabel flacher wird, wie im letzteren.

Ob nun die Konstruktion, gestützt auf die Bildung der Schichten des Schlußstückes, endgültig gemacht werden kann, muß noch folgende Untersuchung zeigen.

Wie auf S. 15 erwähnt wurde, sind von der Parabel noch zwei Bedingungen zu erfüllen, deren nähere Betrachtung jetzt folgen soll.

Gleichung 10a sagt aus, daß die Parabel über s_2, d. h. über C_3 hinausragt. Dies muß natürlich zutreffen, denn dreht man die Parabel um Punkt B nach C_2, so muß die Parabel mindestens noch durch den Punkt C_2 gehen, d. h. es dürfte im schlimmsten Falle EC_2 Tangente an die Parabel werden. Würde man nun eine Gerade auf der Parabel sich abwälzen lassen, so daß diese jederzeit tangiert, dann würde der Neigungswinkel dieser Geraden gegen die positive x-Achse von einem spitzen Winkel

stetig bis $\frac{\pi}{2}$ wachsen müssen. Andererseits muß für die Stellung BC_1 (Fig. 6 S. 16) die Bedingung erfüllt werden, daß im äußersten Falle die x-Achse selbst Tangente an die Parabel wird. Die entsprechenden Gleichungen für die Erfüllung dieser Bedingungen können selbstverständlich auch aufgestellt werden. Viel schneller und für die Praxis ebenso genau verfährt man jedoch mit Hilfe der Parabel selbst. Nachdem man dieselbe für BC_3 gezeichnet und die Punkte C_1, C_2, C_3 festgelegt hat, kann man mittels Pauspapier diese Proben für die Grenzfälle machen. Je weiter die Lagen BC_1 und BC_2 von den genannten Endstellungen entfernt sind, desto besser wird dann auch die Bedingung durchgeführt, daß die Abstände der Fadenringe voneinander innerhalb einer jeden einzelnen Schicht konstant bleiben. Von BC_1 bis BC_2, also während der Bildung des Ansatzes, wird diese Bedingung zwar trotzdem nicht erfüllt; was jedoch seinen Grund darin hat, daß innerhalb dieser Periode der Kötzerbildung gleichen Aufwinderwegen keine gleichen Tourenzahlen der Spindeln zugehören, worüber im nächsten Kapitel noch gesprochen werden wird.

III. Untersuchung der Schichtendicke.

Eine Schicht dachte man sich zusammengesetzt aus der ab- und aufsteigenden Spirale. Wenn man nun von der Schichtendicke spricht, so kann man sich immer eine gleiche Anzahl solcher Einzelschichten zusammengefaßt denken.

Von Beginn der Wicklung des Fadens auf die nackte Spindel an, bis zur Beendigung der Bildung des Mittelstückes, nimmt die Schichtendicke innerhalb einer jeden Schicht von der Grundfläche zur Spitze derselben ab. Im allgemeinen hat man Kegelschichten. Bei dem Ansatze selbst darf man eigentlich nicht so ohne weiteres von einem Kegel sprechen, denn es muß doch erst bewiesen werden, ob diese Schichten auch Kegelflächen bilden. Theoretisch genommen ist dies auch nicht der Fall, was die folgende Betrachtung lehren wird.

Während der Bildung des Schlußstückes bleibt die Schichtendicke überall konstant.

Es soll nun gezeigt werden, daß der Grund für die Abnahme der Schichtendicke bei der Bildung des Ansatzes ein anderer ist, als bei derjenigen des Mittelstückes.

Während bei der letzteren die Entfernung der einzelnen Fadenringe konstant ist, wie im vorhergehenden Kapitel gezeigt wurde, nimmt diese bei der Bildung des Ansatzes von Grundfläche zur Spitze zu. Denn der Aufwinder macht während der Bildung der absteigenden Spirale eine Bewegung mit abnehmender Geschwindigkeit und umgekehrt während derjenigen der aufsteigenden Spirale, auf Grund der Konstruktion der Leitschiene, bezüglich kegelförmiger Schichten, die jedoch erst nach Beendigung der Bildung des Ansatzes erreicht werden. Es findet deshalb an der Grundfläche jeweils eine Anhäufung von Fadenringen gegenüber der Spitze statt. Selbstverständlich ist dabei die Tourenzahl der Spindeln von ebenso wichtiger Bedeutung.

Es sei:

l = Wagengeschwindigkeit = die in der Zeiteinheit gelieferte bezw. aufzuwindende Fadenlänge;

c = Aufwindergeschwindigkeit;

e = Entfernung der einzelnen Fadenringe voneinander;

n = Tourenzahl der Spindeln f. d. Zeiteinheit;

d = mittlerer Durchmesser des Kegelstumpfes, auf welchen l aufgewickelt wird.

Es bestehen dann folgende Gleichungen:

$$c = e \,.\, n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

$$l = n \pi d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

Durch Division von 11 und 12 erhält man 13.

$$c = \frac{l \,.\, e}{\pi d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad , \quad . \quad 13)$$

Man betrachte nun wieder in Fig. 2 S. 8 die aufsteigende Spirale a_2, die absteigende a_1 läßt sich analog behandeln.

Für die erstere nimmt c von der Grundfläche bis Spitze stetig zu, denn der Aufwinder bewegt sich innerhalb dieser Periode mit zunehmender Geschwindigkeit. Bei Beginn der Kötzerbildung, also während der Wicklungen auf die nackte Spindel, bleibt n innerhalb der ganzen Schichtenbildung konstant, während c, somit auch e zu-

nehmen. Der Zunahme von e entspricht eine Abnahme der Schichtendicke; infolgedessen ist die Schichtendicke am größten an der Grundfläche, am kleinsten an der Spitze; wobei der ersteren die tiefste, der letzteren die höchste Stellung des Aufwinders entspricht. Ist nun die Leitschienenkurve eine Parabel, so kann man schließen, daß die Oberfläche jener Schichten, für welche während der ganzen Wageneinfahrt n konstant ist, ein Paraboloid bildet; ohne weiteren Fehler darf man sie auch als Kegelmantel auffassen.

Es liegt nun in der Konstruktion und Wirkungsweise des Quadranten (siehe Kapitel 5), daß, streng genommen, n nur für die erste Schicht der Kötzerbildung konstant bleibt. Nachdem eine gewisse Anzahl von Schichten gebildet ist, wird die Veränderung der Tourenzahl der Spindeln leicht bemerkbar sein; nicht nur dadurch, daß wegen des zunehmenden mittleren Schichtendurchmessers die Gesamttourenzahl während einer Wageneinfahrt nach jeder Schicht kleiner wird, sondern daß auch innerhalb der Bildung der aufsteigenden Spirale n stetig wächst, wegen der Abnahme der Fadenringdurchmesser; denn es muß in gleichen Wegabschnitten der Wageneinfahrt auf kleiner werdenden Durchmessern der sogenannten Kegelmantelunterlage gleichviel Faden aufgewickelt werden. Umgekehrt ist dies dann bei der Bildung der absteigenden Spirale der Fall.

Für diese Schichten mit zunehmender Spindelgeschwindigkeit bezüglich der aufsteigenden Spirale wächst die Größe e, solange $\frac{c}{n}$ wächst; es muß also c schneller wachsen als n, damit der Quotient zunimmt und somit auch hier ein Abnehmen der Schichtendicke von Grundfläche zur Spitze eintritt.

Dieser Unterschied des Wachsens von c und n nimmt so lange ab, bis schließlich nach Beendigung der Bildung des Ansatzes $\frac{c}{n}$ konstant bleibt; d. h. es entsprechen dann gleichen Aufwinderwegen gleiche Tourenzahlen der Spindeln, so daß endlich die Fadenringentfernung e konstant ist, wenn die Leitschiene und der Quadrant die gestellten Bedingungen erfüllen.

Nun gelangt man zu der Aufsuchung des Grundes für die Abnahme der Schichtendicke während der Bildung

des Mittelstückes. Daß dies hier eine andere Ursache haben muß, ist klar, da nach Beendigung des Ansatzes $\frac{c}{n}$ konstant bleibt.

Es ist nun die Aufgabe gestellt, daß die Kegelhöhen von Beginn der Bildung des Mittelstückes an bis zu dessem Ende stetig abnehmen, bei konstant bleibendem Grundflächendurchmesser. Diese Bedingung kann nur erfüllt werden, wenn die Grundflächen von Schicht zu Schicht innerhalb des Mittelstückes schneller fortrücken als die Spitzen der Kegel.

In Fig. 9 sei ab eine Mantellinie des Kegels, der durch Bildung des Ansatzes erreicht wurde, also auf welchen sich das Mittelstück aufbaut.

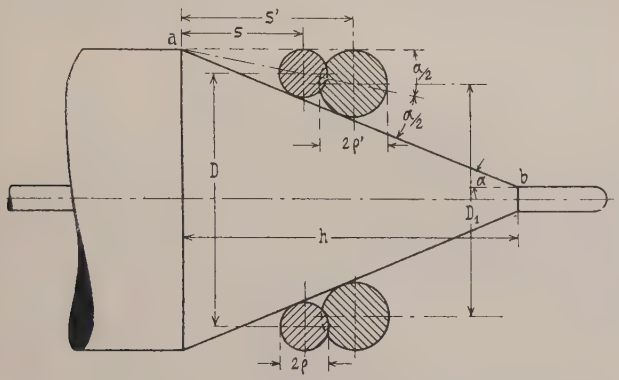

Fig. 9.

Es soll zunächst angenommen werden, daß die Kegelhöhen h konstant bleiben, so daß also kongruente Schichten entstehen würden.

Es sei nun:

2ρ = Fadenstärke;

s = Schaltgröße bei konstant bleibender Kegelhöhe;

s' = Schaltgröße bei abnehmender Kegelhöhe usw. siehe Fig. 9.

Es ist dann

$$s = \rho \, ctg \frac{\alpha}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

Bei der Schaltung der Grundfläche um s würde dann auch die Spitze des Kegels um dieselbe Größe fortrücken. Der Faden würde dann unter konstant bleibender Fadenspannung aufgewunden werden; denn nach Konstruktion der Leitschiene und des Quadranten wird eben soviel Faden aufgewickelt, als jeweils durch die Wagenbewegung frei wird.

Damit nun die Kegelhöhen abnehmen, muß man um eine Größe s' schalten, welche größer ist als s, entsprechend einer konstant bleibenden Kegelhöhe. Dies hat jedoch weder einen Einfluß auf die Wirkungsweise des Quadranten, noch auf die Aufwinderbewegung, nur daß eben der Aufwinder anstatt bei s dann bei s' mit der Bildung der aufsteigenden Spirale beginnt. Der Mechanismus wirkt also gerade so wie vorher; es nehmen nur die Kegelhöhen ab, was wiederum keinen Einfluß auf denselben ausübt.

Man betrachte also jetzt ein Fortschreiten der Grundfläche des Kegels um s'. Nachdem der Wagen einen Weg $D\pi$ zurückgelegt hat, macht die Spindel gerade so wie bei der Schaltung um s die erste Umdrehung, also ohne Rücksicht auf die Größe der Schaltung. Bei derjenigen um s würde diese gelieferte Fadenlänge entsprechend einem Ringdurchmesser D aufgewunden werden; bei derjenigen um s' scheinbar nicht. Es würde sich die Fadenreserve um $(D\pi - D'\pi)$ vergrößern, weil eben der s'-Schaltung ein kleinerer Durchmesser D' entspricht. Mit der Zunahme der Fadenreserve ist, wie im nächsten Kapitel noch genauer erläutert werden wird, eine Abnahme der Fadenspannung verbunden. Infolgedessen wird, wenn die Differenz zwischen s und s' nicht zu groß ist, trotz des kleineren Durchmessers D' die Fadenlänge $D\pi$ aufgewickelt, indem man sich denkt, daß wegen der kleineren Fadenspannung die Wickelung loser stattfindet; man kann schließlich sagen, auf Kosten der größeren Fadenlänge ist der Faden dicker geworden. Vergleicht man jetzt den zweiten Fadenring für die s-Schaltung mit demjenigen der s'-Schaltung, so wird sich wieder eine Differenz der Umfänge, entsprechend den Fadenringlängen, konstatieren lassen. Diese Betrachtung kann nun so fortgesetzt werden.

Es sei:

$$d_1 = D\pi - D'\pi,$$

als Differenz der Längen, bezüglich des ersten zusammengehörigen Ringpaares und so fortlaufend d_2, d_3 usw.

Diese Differenzen nehmen von der Grundfläche zur Spitze des Kegels ab, somit auch die Fadenreserve; es nimmt also die Fadenspannung zu, womit schließlich eine Abnahme der Schichtendicke verbunden ist. Es muß nun der Beweis geliefert werden, daß:

$$d_1 > d_2 > d_3 > d_4.$$

In Fig. 10 sei:

h = Höhe des Kegels, gebildet durch den Ansatz;

h' = „ „ nächstfolgenden Kegels, bei der Schaltung um s';

$4n$ = Gesamtzahl der Fadenringe einer Schicht.

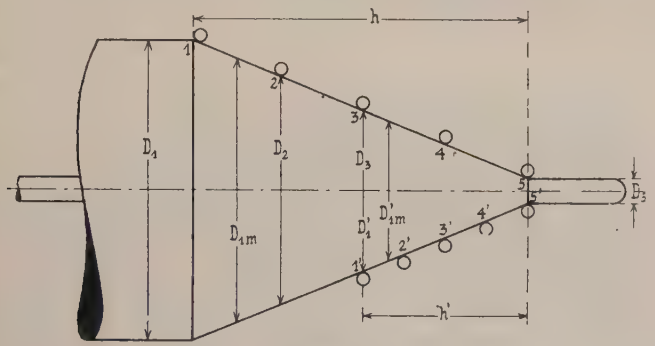

Fig. 10.

Der Einfachheit halber ist $h = 2h'$ angenommen worden. Man teile nun h und h' in vier gleiche Teile, so ist

$$d_1 = \left(D_{1_m}\pi - D'_{1_m}\pi\right) n$$

$$d_2 = \left(D_{2_m}\pi - D'_{2_m}\pi\right) n \quad \text{usw.}$$

Es ist

$$d_1 > d_2 > d_3 > d_4 = n\pi\left[\frac{D_1 + D_2}{2} - \frac{D'_1 + D'_2}{2}\right.$$

$$> \frac{D_2 + D_3}{2} - \frac{D'_2 + D'_3}{2} > \frac{D_3 + D_4}{2} - \frac{D'_3 + D'_4}{2}$$

$$\left. > \frac{D_4 + D_5}{2} - \frac{D'_4 + D'_5}{2}\right]$$

da $D_1 = D_1$; $D_2 = \frac{3}{4} D_1$; $D_3 = \frac{D_1}{2}$; $D_4 = \frac{D_1}{4}$;

$D_5 = \sim 0$; $D'_1 = D_3$ usw.

Diese Werte eingesetzt, gibt:

$$d_1 > d_2 > d_3 > d_4 = \frac{n \pi D_1}{16} \left[7 > 5 > 3 > 1 \right].$$

Damit ist bewiesen, daß der Grund der Abnahme der Schichtendicke von Grundfläche zur Spitze des Kegels in der Abnahme der Fadenreserve, bezw. in der Zunahme der Fadenspannung zu suchen ist; also der Grund dieser Erscheinung bei der Bildung des Mittelstückes ein anderer ist, als bei derjenigen des Ansatzes.

IV. Fadenspannung.

Während der Aufwinder und die Leitschiene dafür sorgen, daß der Faden in Form von archimedischen Spiralen aufgewickelt wird, hat der Gegenwinder die Aufgabe, denselben gespannt zu halten, damit sich keine Schleifen bilden und der Kötzer eine gewisse Festigkeit erhält.

Aus der folgenden Betrachtung wird es klar werden, daß die verschiedenen Stellungen, die der Auf- und Gegenwinder während einer Periode einnehmen, nicht gestatten, daß die Fadenspannung innerhalb derselben konstant bleibt, selbst dann nicht, wenn jeweils der durch die Wagenbewegung frei werdende Faden vollständig aufgewickelt wird; wenn also die Fadenreserve konstant bleibt. Unter der letzteren versteht man diejenige Fadenlänge, welche sich zwischen Auf- und Gegenwinder befindet.

Man denkt sich die durch die Periode der Wagenausfahrt vom Streckwerk gelieferte Fadenlänge an den beiden Enden befestigt und zwar einerseits am vordersten Streckzylinder und andererseits am Umfang des Kötzers selbst. Man greift nun eine beliebige Stellung innerhalb der Wageneinfahrt heraus und stellt die Betrachtung für eine unendlich kleine Zeit an, d. h. der Wagen stehe in diesem Moment still.

Es sei in Fig. 3, S. 9:

a = Aufwinderdrahtquerschnitt;

g = Gegenwinderdrahtquerschnitt;

A, G = zugehörigen auf dem Wagen befestigte Drehpunkte;

h = Stelze, welche mit dem Aufwinder einen zweiarmigen Hebel bildet und auf der Leitschiene L aufruht.

Man betrachte zunächst das Fadenstück MgF. Die Fadenspannung wird hervorgerufen durch das im Uhrzeigersinn wirkende Drehmoment am Gegenwinder, bedingt durch das Gewicht Q, welches auch durch eine Federwirkung ersetzt werden kann. Durch diese Fadenspannung wird ein ebensolches Moment für den Aufwinderarm erzeugt, wodurch die Stelze h mit einem gewissen Druck D auf die Leitschiene L gepreßt wird. Dieser Druck, der die Abnutzung derselben bedingt, ist von sehr wichtiger Bedeutung und wird später noch genauer behandelt werden.

Im Falle des Gleichgewichtes, also dann, wenn der Gegenwinder in Ruhe ist, muß die Fadenspannung M gleich der von F sein. Denkt man sich nun den Faden an je einer beliebigen Stelle des Teiles M und F durchgeschnitten, so muß man für den Fall des Gleichgewichtes die Fadenspannungen M und F, die ursprünglich innere Kräfte sind, als äußere Kräfte wirkend, sich vorstellen. Sie sind als Zugspannungen aufzufassen, also als Kräfte, die in Fadenrichtung vom Kräfteangriffspunkt g weggerichtet, wirken. Sämtliche hier angreifende Kräfte müssen sich dann das Gleichgewicht halten.

R sei die Resultante aus M und F. Wegen der Bedingung $M = F$ liegt R in der Halbierungslinie des Winkels MgF. Man zerlegt nun R in die zwei Komponenten N und T, wobei erstere parallel und letztere senkrecht zu Gg gerichtet ist. Es besteht nun folgende Gleichung:

$$R = \frac{T}{\cos \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Solange R und T nicht in einer Richtung liegen, solange also $\alpha > 0$, ist $R > T$, d. h. je größer $\measuredangle \alpha$ ist, desto größer wird R gegenüber T; ferner werden die Fadenspannungen M und F um so größer, je größer $\measuredangle MgF$ wird.

Die Strecke ag stellt die Länge der Fadenreserve vor. Denkt man sich nun Punkt a, somit den Aufwinder fest,

während Punkt g eine Drehung im Uhrzeigersinn um Drehpunkt G vornimmt, so wächst die Entfernung ag, was einem Zunehmen der Fadenreserve entspricht. Mit diesem Wachsen der Reserve ist eine Abnahme des $\measuredangle MgF$ verbunden; somit nach obigem eine Abnahme der Fadenspannungen M und F. Diese sich nun ergebende Tatsache wurde im III. Kapitel, Schichtendicke, vorausgesetzt.

Soll nun die Bedingung, daß der Zunahme der Fadenreserve eine Abnahme der Fadenspannungen entspricht, eindeutig erfüllt werden, so muß dabei noch die jeweilige Lage des Gewichtes Q betrachtet werden, welches ja die Fadenspannungen hervorruft.

Einer Zu- bezw. Abnahme der Fadenreserve, welche immer mit einer Drehung des Gegenwinders um Punkt G verbunden ist, kann sowohl eine Zu- als auch eine Abnahme des durch Q bedingten Drehmoments entsprechen, je nachdem der Angriffspunkt K der Kraft Q am Gegenwinderarm vor der Veränderung der Fadenreserve oberhalb oder unterhalb der Wagerechten GH durch G liegt. Das vorher angeführte und im Kapitel über die Schichtendicke benutzte Resultat, daß die Fadenspannung mit zunehmender Fadenreserve abnimmt, ist also dann immer richtig, wenn sich der Punkt K unterhalb dieser Wagerechten bewegt. Befindet sich K z. B. oberhalb dieser Wagerechten, welch letztere als Grenzlage betrachtet werden kann, und zwar auch noch nach der Zunahme der Fadenreserve, so ist ersichtlich, daß dabei das Drehmoment wächst; denn es nimmt der senkrechte Abstand des Drehpunktes G von der sich stets nach Richtung und Größe gleichbleibenden Kraft Q zu. Selbstverständlich entspricht auch jetzt noch einer Zunahme der Fadenreserve eine Abnahme des $\measuredangle MgF$, doch gleichzeitig einer Zunahme des Drehmomentes, resp. einer Zunahme von T. In diesem Falle der Lage des Punktes K oberhalb der Wagerechten durch G bewirkt $\measuredangle MgF$ auch eine Abnahme, das Zunehmen des Drehmoments jedoch ein solches der Fadenspannung. Es können also drei Fälle eintreten, und zwar kann die algebraische Summe aus den Wirkungen, bedingt durch die Abnahme des $\measuredangle MgF$ und der Zunahme der Kraft T positiv, null und negativ werden. Soll also auch hier die Bedingung erfüllt werden, daß mit zunehmender Fadenreserve die Fadenspannung abnimmt, so muß die durch das Abnehmen des $\measuredangle MgF$ hervorgerufene Ab-

nahme der Fadenspannung größer sein, als die Zunahme derselben, welche von derjenigen der Kraft T herrührt; es muß also die algebraische Summe negativ sein, vorausgesetzt, daß die Abnahme der Fadenspannung als negative, die Zunahme als positive Wirkung betrachtet wird.

Ohne Rücksicht nun auf die Veränderlichkeit des Drehmomentes, wird die Fadenspannung am kleinsten, wenn $\measuredangle \alpha$ und $\measuredangle MgF$ zu Null werden; dann wäre

$$M = F = \frac{T}{2};$$

in Wirklichkeit wird sich dieser Grenzfall in der Praxis nie erreichen lassen. Dasselbe gilt schließlich auch für den Fall, für welchem $\measuredangle MgF = 180^0$, somit

$$M = F = \infty.$$

Eine ähnliche Betrachtung läßt sich nun auch für das Fadenstück FaJ durchführen, indem man Punkt a als Kräfteangriffspunkt annimmt. Für den momentanen Stillstand des Wagens sind die Fadenspannungen in sämtlichen Teilen des Fadens einander gleich

$$M = F = J;$$

für den Zustand der Bewegung

$$M < F < J;$$

wenn man die Fadenreibung am Auf- und Gegenwinderdraht und schließlich noch die Fadensteifigkeit berücksichtigt. Für die folgende Betrachtung werden die Fadenspannungen gleich groß angenommen.

R' ist die Resultante aus F und J; liegt somit in der Halbierungslinie des $\measuredangle FaJ$. Man zerlegt R' ebenso in zwei Komponenten N' und T', wobei N' parallel und T' senkrecht zu Hebelarm aA wirkt. Infolgedessen verursacht erstere einen Lagerdruck bei A, während letztere den Aufwinder im Uhrzeigersinn zu drehen sucht, bezw. die Aufwinderstelze h mit einem Druck D auf die Oberfläche der Laufschiene L aufpreßt. Die Kraft T' wird nun umso größer, je kleiner die $\measuredangle FaJ$ und $\measuredangle \beta$ werden. Während nun für das Fadenstück MgF die Fadenreserve einen direkten Einfluß auf die Fadenspannungen ausübte, wirkt sie jetzt indirekt, durch die Fadenspannung als Ver-

mittlerin, auf den Auflagerdruck D und auf die damit in Zusammenhang stehende Abnutzung der Laufschienenoberfläche.

Man denkt sich nun a fest, während sich g mit der Zu- bezw. Abnahme der Fadenreserve entsprechend einstellen kann. Je größer die Reserve wird, desto kleiner wird $\measuredangle FaJ$. Bei gleich bleibender Fadenspannung, was, wie vorher bewiesen wurde, nicht der Fall ist, wird nun R' größer; gleichzeitig wächst aber auch $\measuredangle \beta$. Dieses Zusammentreffen des Abnehmens des $\measuredangle FaJ$ und Zunehmens des $\measuredangle \beta$, bedingt einerseits ein Wachsen und andererseits ein Abnehmen der Komponente T', somit des Leitschienendruckes D. Dazu kommt noch, daß die Fadenspannung nicht konstant bleibt, sondern kleiner geworden ist, infolge der größeren Fadenreserve; dies bedingt wiederum ein Abnehmen von R' bezw. von T'. Theoretisch betrachtet, können also bei einer Verschiedenheit der Länge der Fadenreserve für eine gleiche Stellung des Aufwinders auch hier drei Fälle eintreten; die algebraische Summe aus den Wirkungen der genannten einflußreichen Größen kann positiv, null und negativ werden. Sehr leicht können diese einzelnen Untersuchungen bei gegebenem Selfaktor graphisch ausgeführt werden. Man zeichnet sich eben für die verschiedenen Lagen des Auf- und Gegenwinders die Kräftepolygone und zwar jeweils für konstant bleibende Fadenreserve und für entsprechendes Ab- und Zunehmen derselben.

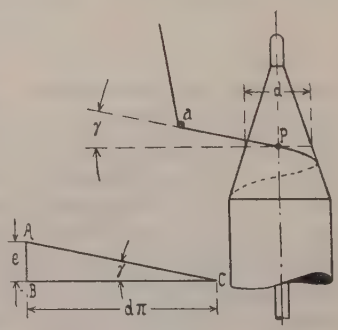

Fig. 11.

An Hand der in Fig. 11 gegebenen Skizze kann noch folgende weitere Betrachtung angestellt werden. Der Faden tangiert im Punkte P an den Kegel. Damit nun der Faden in Form einer Spirale aufgewunden wird, muß der $\measuredangle \gamma$, den man als Voreilwinkel des Aufwinders oder auch als Steigungswinkel der Spiralschraubenlinie bezeichnen kann, bei der Bildung der aufsteigenden Spirale stetig wachsen, wegen der Abnahme der Kegeldurchmesser bei konstant bleibender Ringentfernung, bezw. Ganghöhe e der Spirale. $\measuredangle \gamma$ kommt in

einem rechtwinkligen Dreieck ABC vor, dessen Hypotenuse gleich der einer Spindelumdrehung entsprechenden Fadenlänge, dessen Kathete AB gleich der Ganghöhe und BC gleich dem Umfang des Kegels an der betreffenden Stelle ist. Ein hier absichtlich begangener theoretischer Fehler wird im Kapitel V noch erwähnt werden. Während nun innerhalb der Bildung der aufsteigenden Spirale Kathete AB und $\measuredangle ABC$ konstant bleiben, wird Kathete BC, somit auch Hypotenuse AC immer kleiner und $\measuredangle \gamma$ immer größer, womit der Beweis der obigen Behauptung geliefert ist. Dieses Wachsen des $\measuredangle \gamma$ bedingt ein Zunehmen des $\measuredangle FaJ$ und des $\measuredangle \beta$ bei relativ gleich bleibender Stellung des Aufwinders gegenüber derjenigen des Gegenwinders. Auf Grund des Einflusses von seiten des $\measuredangle \gamma$ und des $\measuredangle \beta$ muß die Komponente T', somit auch der Leitschienendruck D von Grundfläche bis Spitze des Kegels abnehmen.

Es werden nun folgende zwei Bedingungen gestellt:

Der Auflagerdruck D der Stelze auf die Oberfläche der Leitschiene soll möglichst klein, doch an sämtlichen

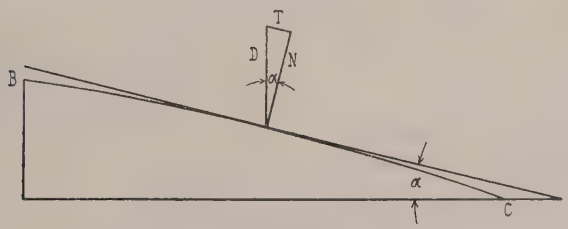

Fig. 12.

Stellen gleich groß sein, um dadurch eine geringe und gleichmäßige Abnutzung derselben zu erreichen. Mit Rücksicht auf die Forderung eines kleinen Auflagedruckes macht man den Hebelarm der Stelze bezüglich des Drehpunktes A (Fig. 3 S. 9) möglichst groß, soweit es eben die Konstruktion des Wagens und die übrigen Verhältnisse gestatten. Setzt man nun voraus, daß Druck D an allen Stellen während der Einfahrt des Wagens konstant ist und zerlegt D jeweils in zwei Komponenten, normal und tangential zur Leitschienenoberfläche (Fig. 12), so ist die Normalkomponente maßgebend für die Größe der Abnutzung. Wäre die Laufschienenkurve BC eine Gerade, so wären für eine konstante Kraft D auch die

Komponenten konstant; ist sie jedoch eine Parabel, so nimmt die Normalkomponente, somit die Abnutzung der Laufschiene von B nach C, also während der Bildung der aufsteigenden Spirale ab.

$$N = D \cos \alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

$\measuredangle \alpha$ nimmt von B nach C zu, d. h. die Abnutzung der Leitschiene ist in der Nähe von B größer als bei C. Je flacher nun die Parabel als Leitschienenkurve wird (siehe früher), desto größer werden zwar die Normalkomponenten, desto gleichmäßiger jedoch wird die Abnutzung; weil der Unterschied zwischen der Normalkomponente an den Stellen B und C kein so großer ist wie früher bei nicht so flacher Parabel.

Um nun die Abnutzung der Laufschienenoberfläche auf ein Mindestmaß zu bringen, läßt man die Stelze h (Fig. 3 S. 9) nicht gleiten, sondern rollen und stellt schließlich die Schiene selbst aus sehr widerstandsfähigem Material her. Denn, daß nur eine geringe Verschiedenheit in der Abnutzung an einzelnen Stellen derselben einen starken Einfluß auf die Beschaffenheit der Kötzeroberfläche ausübt, braucht nicht noch näher erläutert werden. Wünscht man nämlich in der Praxis eine Abänderung der Kötzeroberfläche, so greift man zu dem einfachen Mittel, daß man an entsprechenden Stellen der Laufschiene Material mit der Feile wegnimmt oder umgekehrt Metallstreifen unterlegt.

V. Der Quadrant.

Durch die Kupplung des Wagens mit dem Quadranten durch Seil, Trommel und Zahnrad, bezw. durch die geradlinige Bewegung des Wagens und schwingende Bewegung des Quadrantenarmes (Fig. 16 S. 40) wird diejenige der Spindeln hervorgerufen.

Wie bereits aus dem Vorhergehendem ersichtlich ist, bleibt die gesamte Tourenzahl der Spindeln entsprechend einer Wageneinfahrt konstant von Beginn der Bildung des Mittelstückes an bis zur Beendigung des Schlußstückes; noch genauer kann gesagt werden, daß zwischen diesen genannten Grenzen, jeder Wagenstellung eine gleiche Tourenzahl der Spindeln entspricht, wenn man jeweils bei Beginn einer Wageneinfahrt die Zählung der Umdrehungen

der Spindeln mit Null beginnt. Jede Schicht besitzt also dieselbe Anzahl von Fadenringen; die Entfernungen derselben voneinander innerhalb jeder einzelnen Schicht bleiben konstant, wachsen jedoch mit der Zunahme der Schichtenhöhen und umgekehrt.

Gegeben ist wiederum der Kegelstumpf als Oberfläche der Kötzerschichten. Für die Wirkungsweise des Quadranten ist nur der mittlere Durchmesser derselben von Bedeutung, während die verschiedenen Schichtenhöhen keinen Einfluß auf den Quadranten ausüben. Daraus geht hervor, daß die Tourenzahl der Spindeln und die jeweils aufgewickelte Fadenlänge unabhängig sind von der Höhe, was auch aus der folgenden Gleichung ersichtlich ist:

$$x = \pi (R + r) y, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

wobei

x = Fadenlänge;
y = zugehörige Tourenzahl;
R = Grundkreisradius;
r = Spitzenkreisradius.

Obige, sowie sämtliche bezüglich der Fadenlänge vorkommenden Gleichungen enthalten einen kleinen Fehler. Für die hier ausgeführten Untersuchungen denkt man sich die Spiralen, nach denen der Faden aufgewickelt wird, in einzelne Fadenringe zerlegt. Dies hat man sich nicht nur wegen der Einfachheit der Ausdrucksweise in Worten, sondern auch in Form von Gleichungen gestattet. Während einer Umdrehung der Spindel bildet der Faden eine Windung der Schraubenlinie (Fig. 2 S. 8); die Fadenlänge ist also Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes ABC (Fig. 11 S. 30), während diese hier der Kathete BC gleichgesetzt wurde. Dies kann nun auch, ohne einen größeren Fehler zu begehen, gestattet werden, denn die Kathete AB, welche die Steigung der Spirale darstellt, ist den anderen Größen gegenüber sehr klein. Mathematisch betrachtet wurde noch eine weitere Vernachlässigung begangen. Von einem rechtwinkeligen Dreieck kann man nur dann sprechen, wenn die Schraubenlinie auf einen Zylindermantel, und nicht, wie hier, auf einen Kegelmantel aufgewickelt wird. Der dabei begangene Fehler wird dadurch zum Teil beseitigt, indem man entsprechend einer Schraubenlinie den zugehörigen Kegelstumpf in einen

Zylinder mit mittlerem Durchmesser aus den beiden Begrenzungskreisen desselben verwandelt. Auf Grund dieser Betrachtung wurde auch Gleichung 17 aufgestellt.

Soll nun die Wirkungsweise des Quadranten von Schicht zu Schicht konstant bleiben, so darf der Aufhängepunkt der Kette am Quadranten seine Entfernung vom Drehpunkt desselben (Fig. 16 S. 40) nicht verändern. Diese Entfernung nimmt stetig zu während der Bildung des Ansatzes und bleibt nach dessen Beendigung konstant.

Es wird wieder angenommen, daß der Wagen, somit auch die von demselben getragene Kettentrommel sich mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig fortbewegen. Die Kettentrommel macht infolge des Abziehens der um ihren Umfang gewundenen Kette, eine rotierende Bewegung, welch letztere dann auf die Spindeln übertragen wird. Es muß nun die Tourenzahl der Spindel f. d. Wegeinheit des Wagens während der Bildung der absteigenden Spirale ab-, während derjenigen der aufsteigenden Spirale zunehmen, bezw. weist die sich stetig abwickelnde Kette zuerst ein verzögertes und dann ein beschleunigtes Wachsen auf, denn abgewickelte Kettenlänge und Tourenzahl der Spindeln sind einander direkt proportional. Ebenso bewegt sich der Aufwinder mit abnehmender, bezw. zunehmender Geschwindigkeit, entsprechend der Spindelbewegung. Es folgt also die Tourenzahl f. d. Wegeinheit bei konstant angenommener Wagengeschwindigkeit denselben Gesetzen, wie die Geschwindigkeit des Aufwinders, d. h. die Gleichungen, welche diese Gesetze ausdrücken, sind, in bezug auf die veränderlichen Größen, einander gleich, nur bleiben die vorkommenden konstanten Größen nicht dieselben; die Gleichungen haben also denselben Charakter. Es muß sich also mit Hilfe einer kurzen Ueberlegung die Gleichung für die Tourenzahl der Spindeln, mit Rücksicht auf die Konstanten, aus derjenigen für die Aufwindergeschwindigkeit ableiten lassen, wobei für die erstere die Tourenzahl, bezw. die abgewickelte Kette, für die letztere Gleichung der zurückgelegte Aufwinderweg durch die Ordinate und beidemal der Wagenweg, entsprechend der aufzuwickelnden Fadenlänge durch die Abszisse ausgedrückt werden.

Die Gleichung für die Kurve der Aufwindergeschwindigkeit ergibt sich aus Gleichung 3 S. 14, wenn man für $c = 1$ setzt; ferner werde der Einfachheit halber $h_1 = h$ bezeichnet. Es gilt dann für die aufsteigende Spirale:

$$y^2 - 2Hy + x\frac{h(2H-h)}{s_2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

wobei

x = Wagenweg, freigewordene Fadenlänge;

y = Aufwinderweg.

Diese Gleichung soll nun in diejenige für die Spindelgeschwindigkeit umgeformt werden. Während also x dieselbe Bedeutung beibehält, muß man jetzt y als die Tourenzahl auffassen, die Gleichung also demgemäß umgestalten. Aufwinderweg und Tourenzahl sind einander direkt proportional, denn es entsprechen gleichen Wegen des Aufwinders gleiche Tourenzahlen der Spindeln. Es muß also in obige Gleichung für y als Aufwinderweg ein Wert y' eingesetzt werden, welcher angibt, wieviel Fadenringe bezw. Touren diesem Weg entsprechen.

Es sei nun:

t_1 = Tourenzahl
s_1 = Fadenlänge
} während der Bildung der absteigenden Spirale;

t_2 = Tourenzahl
s_2 = Fadenlänge
} entsprechend der aufsteigenden Spirale.

Es ist dann:

$$y = y'\frac{h}{t_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

in Gleichung 18.

$$y'^2 - y'\,2\,t_2\frac{H}{h} + x\,t_2^{\,2}\frac{2H-h}{s_2 \cdot h} = 0. \quad . \quad 20)$$

Dies stellt dann die Gleichung der Geschwindigkeitskurve der Spindeln vor bezüglich der aufsteigenden Spirale; analog ist es dann für die absteigende.

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Gleichung wird am besten geliefert, wenn diese ohne Zuhilfenahme der Gleichung für Aufwindergeschwindigkeit aufgestellt wird, was nun der Zweck der folgenden Betrachtung sein soll. Siehe Fig. 4 S. 11.

Es sei nun:

r_k = beliebiger Radius des Kegels;

x = Wagenweg, Fadenlänge;

= Tourenzahl, welche die Spindel gemacht hat von Beginn der absteigenden Spirale bis zu derem Ende.

Für den Beginn ist also $x = 0$, $y = 0$ und Ende $x = s_1$, $y = t_1$; ebenso soll dann für denjenigen der aufsteigenden Spirale, deren Gleichung ebenfalls abgeleitet werden soll; $x = 0$, $y = 0$, für deren Ende $x = s_2$, $y = t_2$;

a) absteigende Spirale.

$$x = \pi (r + r_k) y \quad \ldots \quad 21)$$

$$r_k = r \frac{H - h + h/t_1 \cdot y}{H - h} \text{ in 21)} \quad \ldots \quad 22)$$

$$y^2 + y \; 2 t_1 \frac{H - h}{h} - x \frac{t_1}{\pi r} \frac{H - h}{h} = 0 \quad 21)$$

b) aufsteigende Spirale.

$$x = \pi (R + r_k) y \quad \ldots \quad 23)$$

$$r_k = R \frac{H - h/t_2 \cdot y}{H} \text{ in 23)} \quad \ldots \quad 24)$$

$$y^2 - y \; 2 t_2 \frac{H}{h} + x \frac{t_2}{\pi R} \frac{H}{h} = 0. \quad \ldots \quad 23')$$

Es muß nun bewiesen werden, daß Gleichung 20 und 23 identisch sind. Drückt man in Gleichung 20 s_2 wie folgt aus:

$$s_2 = \pi (R + r) t_2 \quad \ldots \quad 25)$$

$$r = R \frac{H - h}{H} \text{ in 25)} \quad \ldots \quad 26)$$

$$s_2 = \pi R t_2 \frac{2H - h}{H} \quad \ldots \quad 25')$$

$$s_1 = \pi R t_1 \frac{2H - h}{H} \quad \ldots \quad 25a)$$

Setzt man diesen Wert für s_2 in Gleichung 20 ein, so ist der Beweis geliefert.

Für die folgende Betrachtung sollen die Gleichungen 21 und 23 folgendermaßen lauten:

$$y^2 + a y - b x = 0 \quad \text{absteig. Spirale} \quad \ldots \quad 21a)$$
$$y^2 - c y + d x = 0 \quad \text{aufsteig.} \quad \text{„} \quad \ldots \quad 23a)$$

Beide Gleichungen stellen Parabeln dar, die beide durch den Koordinatenanfang gehen und deren Achsen parallel zur Abszissenachse verlaufen.

Die Koordinaten des Scheitels der Parabel 21a sind:

$$x_0 = -\frac{a^2}{4b}; \quad y_0 = -\frac{a}{2};$$

diejenigen der Parabel 23a.

$$x_0 = \frac{c^2}{4d}; \quad y_0 = \frac{c}{2};$$

Fig. 13 entspricht 21a, Fig. 14, 23a.

Für die Kötzerbildung kommen nur die Teile *1—2* bezw. *3—4* in Betracht. Die erste Parabel erscheint konkav, die zweite konvex, gesehen in Richtung der y-Achse. Dies

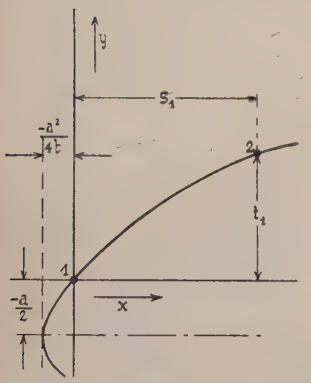

Fig. 13.

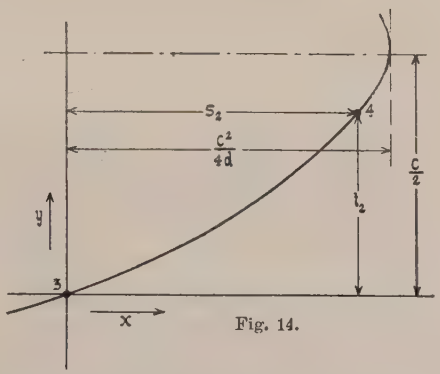

Fig. 14.

steht im Zusammenhang mit der Verzögerung und Beschleunigung, welche die Tourenzahl der Spindeln während einer Schicht, also während einer Wageneinfahrt durchmacht.

Es soll nun ein gemeinschaftliches Diagramm für die Spindelgeschwindigkeit gebildet werden; es muß also die Parabel für die aufsteigende Spirale so verschoben werden, daß Punkt *3* mit *2* zusammenfällt, doch muß ihre Symmetrielinie immer noch parallel zur Abszissenachse verlaufen. Die Gleichungen seien nun auf ein Koordinatensystem ξ, η bezogen, so daß für

$$x = \xi, \qquad y = \eta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$
$$x = \xi - s_1; \quad y = \eta - t_1 \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

ferner werde in Gleichung 21 r durch R ausgedrückt, siehe Gleichung 26, dann ist:

$$\eta^2 + \eta\, 2\, t_1 \frac{H-h}{h} - \xi \frac{t_1}{\pi R} \frac{H}{h} = 0 \quad \ldots \quad 21')$$

$$\eta^2 - 2\,\eta \frac{t_1 h + t_2 H}{h} + \xi \frac{t_2 H}{\pi R h} + t_1 t_2 + t_1^2 = 0 \quad 23')$$

Die beiden Kurvenstücke stoßen also bei B (Fig. 15) zusammen; jedes einzelne bildet für sich eine stetige Kurve.

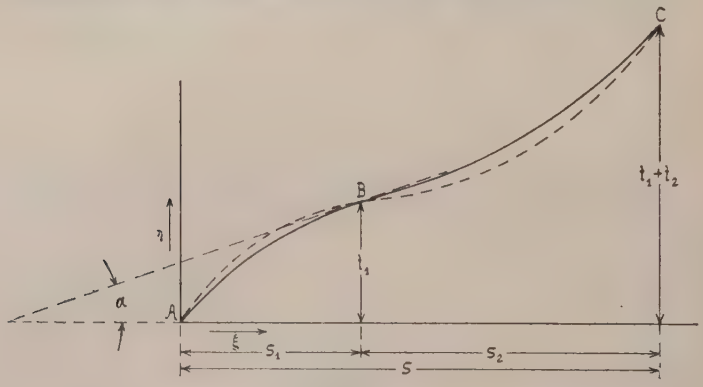

Fig. 15.

Es soll nun bewiesen werden, daß beide Kurvenstücke bei B stetig ineinander verlaufen, d. h. die Tangente an die Kurve AB im Punkte B soll gleichzeitig Tangente sein an die Kurve BC in demselben Punkt B. Der erste Differentialquotient

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \eta' = \operatorname{tg} \alpha$$

stellt die trigonometrische Tangente des Winkels α dar, welchen die Tangente an die Kurve mit der positiven ξ Halbachse einschließt. Differentiert man beide Gleichungen und setzt jedesmal

$$\eta = t_1 \quad \xi = s_1,$$

so ist:

$$\eta' \frac{2\, t_1 H}{h} = \frac{t_1 H}{\pi R h} \quad \ldots \quad 21'')$$

$$\eta' = \frac{1}{2\pi R} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\eta' \frac{2 t_2 H}{h} = \frac{t_2 H}{\pi R h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23'')$$

$$\eta' = \frac{1}{2\pi R} = \operatorname{tg} \alpha,$$

d. h. es findet ein stetiger Uebergang der beiden Kurvenstücke bei B statt; Punkt B stellt dann einen Wendepunkt vor.

Mit Hilfe der entwickelten Gleichung läßt sich nun für jede beliebige Wagenstellung die zugehörige Spindeltourenzahl berechnen, und es kann jetzt ein Quadrant konstruiert werden, der diesen Gleichungen Genüge leistet. Dieser müßte dann in bezug auf eine konstante Wagengeschwindigkeit eine veränderliche Winkelgeschwindigkeit haben, d. h. es würden gleichen Wagenwegen keine gleichen Drehungen des Quadrantenarmes entsprechen. Es hat sich in der Praxis jedoch gezeigt, daß ein Quadrant mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ziemlich genau die Gesetze einhält, welche durch die vorhergehenden Gleichungen ausgedrückt worden sind.

In der folgenden Betrachtung soll nun gezeigt werden, wie weit es möglich ist, diese theoretischen Gesetze mit einem solchen Quadranten zu erfüllen.

A) *Quadrant mit konstanter Winkelgeschwindigkeit.*

Fig. 16 stellt nun den Quadrantenmechanismus in schematischer Form dar. DJ als Quadrantenarm macht während der Wageneinfahrt eine Drehung im Uhrzeigersinn um den festen Drehpunkt D. Punkt J ist der Aufhängepunkt der Quadrantenkette; er ist ein wandernder Punkt, und zwar entfernt er sich nach jeder Schicht während der Bildung des Ansatzes immer weiter vom Drehpunkt D, bis er schließlich nach Beendigung desselben seine Entfernung beibehält, wegen des konstant bleibenden mittleren Schichtendurchmessers; Punkt J in Fig. 16 entspreche derselben. Es sei:

A = Stellung der Quadrantentrommel bei Beginn der Einfahrt;

B = Stellung der Q.-T. beim Uebergang des Aufwinders von der ab- zur aufsteigenden Spirale;

C = Stellung der Q.-T. am Ende der Einfahrt.

Der Einfachheit halber wurde angenommen, daß der Drehpunkt D des Quadrantenarmes DJ sowohl, als auch die Endstellung des letzteren in die Richtung AC falle, während dessen Anfangsstellung einen $\measuredangle\, v$ mit AC bilde.

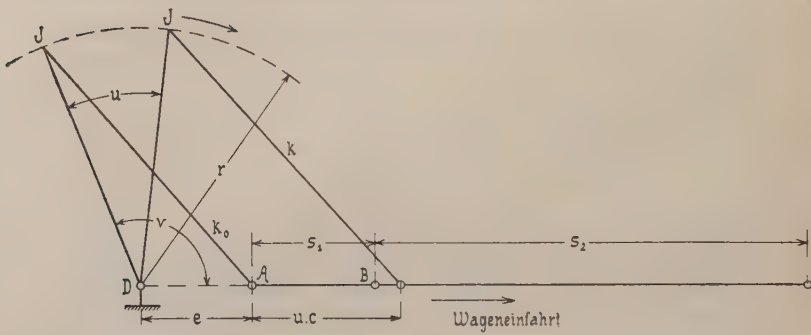

Fig. 16.

Die Winkelgeschwindigkeit des Quadranten sei gleich 1 cm sek.$^{-1}$, d. h. ein Punkt des Armes DJ mit der Entfernung 1 cm vom Drehpunkt D legt in 1 Sek. einen Bogen von der Länge 1 cm zurück. Der Arm DJ habe sich nun um einen $\measuredangle\, u$ aus seiner Anfangsstellung gedreht; so wird demnach diese Drehung in u-Sekunden ausgeführt. In derselben Zeit legt der Wagen, somit auch die von demselben mitgenommene Kettentrommel einen Weg $u \,.\, c$ zurück, wenn c die konstante Wagengeschwindigkeit bedeutet. k stellt dann die frei hängende Kettenlänge dar, und es ergibt sich (Fig. 16) mit Hilfe des Kosinussatzes folgende Hauptgleichung:

$$k^2 = (e + uc)^2 + r^2 - 2\,r\,(e + uc)\cos(v - u). \qquad 27)$$

Die abgewickelte Kettenlänge ist dann:

$$k - k_0 = y.$$

Obige transcendente Gleichung soll nun Gleichung 21 und 23 ersetzen. Wie sich später ergeben wird, stellt in Fig. 15 S. 38 die gestrichelte Kurve diejenige dar, welche Gleichung 27, während die zweite Kurve Gleichung 21 und 23 entspricht. Es müßte eigentlich zuerst die Ketten-

länge in Tourenzahl umgerechnet werden; da jedoch der Quotient aus beiden, wie später noch gezeigt werden wird, konstant ist, ändert die Vertauschung beider Größen nichts an dem Charakter der Kurve; schließlich kann man sich ja den Maßstab der Zeichnung entsprechend gewählt denken.

Gleichung 27 enthält neben den beiden Veränderlichen k, u, die Konstanten e, r, v. Letztere darf man nun so wählen, daß die Gleichung 27 folgende drei Bedingungen erfüllt.

Die Kurve soll durch Punkt B (Fig. 15) gehen und dort einen Wendepunkt besitzen. Diese zwei Bedingungen lassen sich in zwei Gleichungen ausdrücken, indem man sagt, daß für

$$x = s_1 = u_1\, c, \quad y = t_1 = k - k_1$$

die Hauptgleichung 27 erfüllt werden muß, und der zweite Differentialquotient k'' für dieses Wertepaar zu Null wird. Die dritte Bedingung ist die, daß die Kurve durch Punkt C gehen soll; es muß also Gleichung 27 erfüllt werden, für das Wertepaar

$$x = s_1 + s_2 = v \,.\, c = s; \quad y = t_1 + t_2.$$

Man erhält also drei Gleichungen, aus denen sich dann die Werte e, r, v berechnen lassen. Der Wert von k_0, der durch diese Größen bestimmt ist, ergibt sich aus Gleichung 27 für

$$u = 0 \quad k = k_0.$$

Die Kurve geht dann durch Punkt A.

Auf Grund dieser Betrachtung entstehen nun folgende vier Gleichungen:

$$u = 0, \quad k = k_0 \text{ in } 27,$$
$$k_0{}^2 = e^2 + r^2 - 2\,r\,e\cos v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28)$$
$$uc = s_1, \quad k = k_0 + t_1 \,.\, m \text{ in } 27),$$

wobei dann m diejenige Kettenlänge bedeutet, welche abgewickelt wird, während die Spindeln eine Umdrehung machen.

$$(t_1 m + k_0)^2 = (e + s_1)^2 + r^2 - 2r\,(e + s_1)\cos\left(v - \frac{s_1}{c}\right) \quad 29)$$

Für dieselben Werte u, k muß k'' zu Null werden.

$$kk' = (e + uc)\,c - rc\cos(v - u) - r\,(e + uc)\sin(v - u) \quad 31)$$
$$k'^2 + kk'' = c^2 - 2rc\sin(v - u) + r(e + uc)\cos(v - u) \quad 32)$$

Setzt man nun obige Werte für u, k in 32) ein, so erhält man:

$$k'' = f(e, r, v) = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 33)$$

$$u \,.\, c = v\, c = s, \quad k = k_0 + m\,(t_1 + t_2) \text{ in } 27),$$

$$m\,(t_1 + t_2) + k_0 = e + s - r. \quad . \quad . \quad . \quad 34)$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich nun die eindeutig bestimmten Größen e, r, v bestimmen und ihre Werte müssen dann in Gleichung 27 eingesetzt und der Quadrant entsprechend angeordnet werden. Es erfüllt dann die Gleichung 27 die gestellten Bedingungen.

Bis jetzt ist jedoch die sehr wichtige Bedingung noch nicht erfüllt, nämlich, daß die Kette während der ganzen Wageneinfahrt niemals schlaff werden darf, was ja zur Folge hätte, daß die Spindeln in Ruhe bleiben würden. Dieser Stillstand ist auch dann denkbar, wenn die Kette gerade noch gespannt ist, daß also weder eine Kettenabwicklung, noch ein Schlaffwerden derselben eintritt. Es mußte also k konstant bleiben, d. h. die Kurve würde in eine gerade Linie übergehen, welche Parallel zur Abszissenachse verläuft. Letzteres kann jedoch bei einem Quadranten mit konstanter Winkelgeschwindigkeit niemals der Fall sein.

Im Interesse einer guten Kreuzwindung wäre es ja erwünscht, daß die Spindeln sich solange in Ruhe befänden, als der Aufwinder Zeit braucht, um seine Umkehrbewegung von der ab- zur aufsteigenden Spirale zu machen. Hätte man z. B. einen Quadranten mit veränderlicher Winkelgeschwindigkeit, so daß eben an dieser Stelle keine Kette abgewickelt würde, so müßte noch berücksichtigt werden, daß während dieses Stillstandes der Spindeln, der Wagen selbst nicht in Ruhe ist, d. h. immer noch Faden frei wird; es würde also die Fadenreserve zunehmen. Man kann ja schließlich den Quadranten dann so konstruieren, daß dieser Ueberschuß an Faden während der Bildung der aufsteigenden Spirale wieder aufgewickelt wird. Mit diesem Vorteil des momentanen Stillstandes der Spindeln ist nun sofort der Nachteil verbunden, daß an dieser Stelle, infolge der größeren Fadenreserve, die Fadenspannung abnimmt; abgesehen davon, daß sich diese Zunahme nicht über den Wirkungskreis des Gegenwinders erstrecken dürfte. Gerade an dieser Wendestellung des Aufwinders ist eine Abnahme der Fadenspannung unangebracht.

Geht man nun zurück zu dem Quadranten mit konstanter Winkelgeschwindigkeit, so bedingt ein stetes Rotieren der Spindeln, daß die Ordinaten der Kurve, ausgedrückt durch Gleichung 27, stetig wachsen.

Bezeichnet α den Winkel, welchen die Tangente an einem beliebigem Punkt der Kurve mit der positiven Abszissenhalbachse einschließt, so muß sein:

$$\alpha \geqq 0 \leqq \frac{\pi}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 35)$$

daraus folgt:

$$y' = \operatorname{tg} \alpha \geqq 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36)$$

Es muß also k' in Gleichung 31 für jedes Wertepaar u, k positiv werden. Ferner wird verlangt, daß die Kurve zuerst konkav und dann konvex verläuft, was bis jetzt noch nicht bewiesen wurde. Mathematisch ausgedrückt, müßte k'' bezüglich des konkaven Teiles negativ, des konvexen Teiles positiv werden. Es entstehen bei der Untersuchung nach dieser Eigenschaft transcendente Gleichungen, zu deren Diskussion und Lösungen unbedingt Probierverfahren nötig sind. Deshalb ist es vorzuziehen, die verschiedenen Kurven, die für verschiedene Werte von e, r, v entstehen, zu zeichnen, wie es z. B. in der Arbeit von *E. Stamm* (Fig. 16, Tafel 2) geschehen ist. Sämtliche dort gezeichneten Kurven, die praktischen Werten von e, r, v entsprechen, verlaufen zuerst konkav und dann konvex, gesehen in der Richtung der positiven Ordinatenhalbachse und die aufgestellte Bedingung sei hiermit als erfüllt zu betrachten.

Aus dem Charakter der Gleichung 27, 21, 23 ist sofort klar, daß die Kurven niemals identisch werden können, d. h. sie können in der Zeichnung (Fig. 15) niemals zusammenfallen. Die sich ergebenden und für die Praxis brauchbaren Werte gestalten nun die Kurve (Gleichung 27) so, daß der konkave Teil derselben oberhalb und der konvexe unterhalb der Normalkurve (Gleichung 21, 23) verläuft. Dies hat nun zur Folge, daß die Spindeln innerhalb der absteigenden Spirale mehr Umdrehungen machen, als der entsprechenden Fadenlieferung zukommen. Es wird dadurch die Fadenreserve kleiner, also die Fadenspannung größer, was nun ein festes Aufwinden der absteigenden Spirale bedingt. Solange also kein Fadenbruch eintritt, ist diese Erscheinung nur zu begrüßen, denn die

Kreuzwindung dient der aufsteigenden Spirale als Brücke; je weniger sich diese nun unter dem Druck ihrer Last durchbiegt, ein desto rascheres Abziehen ohne Fadenverwirrung wird ermöglicht.

Andererseits machen die Spindeln während der Bildung der aufsteigenden Spirale zu wenig Umdrehungen; die Fadenreserve wird wieder größer. Die vorhergehende Verkürzung derselben wird wieder ausgeglichen, und es kann schließlich eine absolute Vergrößerung der Reserve eintreten. Doch hat man in dem sog. Hartwinder ein Mittel in der Hand, welches dann für eine Vergrößerung der Tourenzahl der Spindeln sorgt.

Aus den früher aufgestellten Gleichungen lassen sich die Werte e, r, ν berechnen, doch ist ohne weiteres nicht ersichtlich, daß die daraus berechneten Werte auch in der Praxis brauchbar sind, sei es, daß imaginäre Werte entstehen, also mathematisch genommen, brauchbare Werte oder auch positive, die eine praktische Verwertung ausschließen. Für die Berechnung von e, r, ν bezw. für die Aufstellung der betreffenden Gleichungen wurden sämtliche andere Werte als bekannt vorausgesetzt, z. B. s_1; mittlerer Kegeldurchmesser. Man kann mit der Wahl dieser Größen soweit gehen, daß der Quadrant für die Praxis sehr günstige Resultate ergibt. Auf diese Weise hat die geniale Erfindung des Quadranten den Selfaktor zu einer sehr vollkommenen Selbst-Spinnmaschine gemacht.

Gleichung 36 wurde aufgestellt auf Grund der Bedingung, daß die Kette niemals schlaff werden darf. Mit der Zunahme von r, gleich der Entfernung des Aufhängepunktes J am Quadranten vom Drehpunkt D desselben, nähert man sich dem Grenzfall eines Wendepunktes mit wagerechter Tangente. Wird r nun noch größer, so tritt ein Schlaffwerden der Kette innerhalb der Wageneinfahrt ein. Dies äußert sich in der graphischen Darstellung der Kurve derart, daß dieselbe einen höchsten und schließlich auch einen tiefsten Punkt besitzt. Es darf also r ein ganz bestimmtes Höchstmaß nicht überschreiten. Dieses Maximum soll nun mathematisch festgelegt werden. Da hier nur der einzuschlagende Weg gezeigt werden soll, wird der Einfachheit halber angenommen, daß

$$\nu = \frac{\pi}{2}, \text{ in } 27) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36)$$

Bei einer solchen Annahme kann natürlich von der Kurve nicht mehr gefordert werden, daß sie durch die drei Punkte A, B, C (Fig. 15), gehe. Hauptgleichung 27 geht dann über in

$$k^2 = (e+uc)^2 + r^2 - 2r(e+uc)\sin u \quad . \quad . \quad . \quad 39)$$

$$kk' = (e+uc)c - rc\sin u - r(e+uc)\cos u \geqq 0 \quad . \quad 40)$$

Diese Bedingung muß für jede Stellung des Quadranten während der Wageneinfahrt erfüllt werden; also auch für den Beginn derselben, für

$$u = 0, \text{ in } 40)$$

$$e(c - r) \geqq 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41)$$

Daraus folgt die Bedingung, daß

$$r \leqq c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 42)$$

Gleichung 41 wird auch befriedigt für den Wert

$$e = 0 \text{ in } 40).$$

$$uc - r\sin u - ru\cos u \geqq 0 \quad . \quad . \quad . \quad 43)$$

$$r \leqq \frac{uc}{u\cos u + \sin u}.$$

Für den Wert $u = 0$, für welchen Gleichung 43 auch erfüllt werden muß, tritt der Fall ein:

$$r \leqq \frac{0}{0} = \frac{\varphi(u)}{\psi(u)} = \frac{\varphi'(u)}{\psi'(u)} \leqq \frac{c}{2\cos u - u\sin u};\ u = 0;$$

$$r \leqq \frac{c}{2}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 44)$$

Soll nun zum Schluß noch der Grenzfall eines Wendepunktes mit wagerechter Tangente betrachtet werden, so wird es sich zeigen, daß für je einen Wert von e ein ganz bestimmtes r sich ergibt, der jedoch in der Praxis unbrauchbar ist. Es werde für die Vereinfachungen der Gleichungen gesetzt:

$$r = \lambda c; \quad e = \delta c; \quad \text{in } 39).$$

Es müssen dann folgende Bedingungsgleichungen erfüllt werden:

$$k' = 0; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 45)$$

$$k'' = 0; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 46)$$

$$(u + \delta) - \lambda \sin u - \lambda (u + \delta) \cos u = 0; \quad . \quad 45)$$

$$\lambda = \frac{u + \delta}{\sin u + (u + \delta) \cos u};$$

$$1 - 2\lambda \cos u + \lambda (u + \delta) \sin u = 0; \quad . \quad . \quad 46)$$

$$\lambda = \frac{1}{2 \cos u - (u + \delta) \sin u};$$

aus Gleichung 46 den Wert für λ in Gleichung 45 eingesetzt, gibt Gleichung 47

$$2 \cos u - (u + \delta) \sin u = \frac{\sin u}{u + \delta} + \cos u; \quad . \quad 47)$$

$$\operatorname{ctg} u = u + \delta + \frac{1}{u + \delta}; \quad . \quad . \quad . \quad 47)$$

Diese Gleichung ergibt dann die Werte, bezw. einen brauchbaren Wert, für welchen obige Bedingungsgleichung erfüllt wird. Die linke Seite der Gleichung 47 stellt die Kotangentenlinie, die rechte eine Hyperbel dar. Für eine graphische Lösung der Aufgabe soll die Hyperbel genauer untersucht werden.

$$y = u + \delta + \frac{1}{u + \delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 48)$$

$$y' = 1 - \frac{1}{(u + \delta)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 49)$$

1. $u = \infty; \quad y = \infty; \quad y' = 1;$

d. h. die erste Asymptote ist gegen die positive u-Halbachse um 45^0 geneigt.

2. $u = -\delta; \quad y = \infty; \quad y' = \infty;$

d. h. die zweite Asymptote ist eine Parallele zur y-Achse mit der Abszisse $u = -\delta$.

Der Schnittpunkt beider Asymptoten liegt auf der u-Achse, denn

z. B. $u = -\delta + a; \quad y = a + \frac{1}{a}$

$$u = -\delta - a; \quad y = -\left(a + \frac{1}{a}\right).$$

Wo sich nun die Hyperbel und die Kurve

$$y = \operatorname{ctg} u$$

schneiden, sind die gesuchten Werte für u. Für die Untersuchung kommt nur der eine von den unendlich vielen

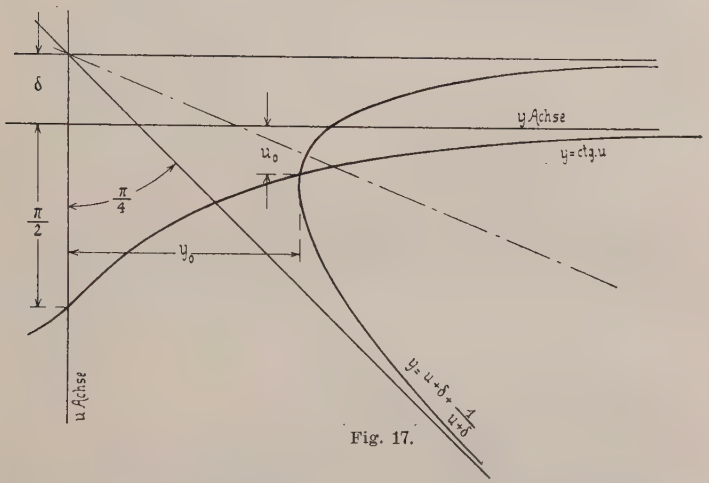

Fig. 17.

Schnittpunkten in Betracht, der im ersten Quadranten liegt (Fig. 17).

z. B. $e = 50\,\text{cm}$; $s = 157\,\text{cm}$; dann ist

$$c = \frac{2}{\pi} \cdot 157 = 100\,\text{cm}, \text{ wenn } \nu = \frac{\pi}{2};$$

$$\delta = \frac{e}{c} = 0{,}5,$$

dann erhält man folgenden Wert für u_0 und zwar

im Bogenmaß $u_0 = 0{,}462$

im Gradmaß $u_0 = 26^0\ 30'$ in 45) oder 46)

$$\lambda = 0{,}735$$

$$r = \lambda \,.\, c = 73{,}5\,\text{cm} < c; \text{ siehe 42)}$$

$$s_1 = u_0 \,.\, c = 46{,}2\,\text{cm};$$

dieser Wert s_1 entspricht der Fadenlänge für die absteigende Spirale; die zugehörige Kettenlänge

$$m_1 = k_1 - k_0 = 2{,}4\ \text{cm}.$$

Im Folgenden wird es sich zeigen, daß diese Kettenlänge, die sich sofort aus Gleichung 39 berechnen läßt, somit die zugehörige Tourenzahl viel zu klein wird, um in der Praxis davon Gebrauch zu machen, einen Wendepunkt mit wagerechter Tangente zu erhalten.

Um nun einen anschaulichen Beweis zu führen, nimmt man Werte an, welche die günstigsten Größen für die Tourenzahl der Spindeln ergeben und um ganz sicher zu sein, daß dieser spezielle Fall für die praktische Verwertung ausgeschlossen ist.

Es sei in Fig. 18

d = Spindeldurchmesser;

D = Kettentrommeldurchmesser;

i = Uebersetzungsverhältnis von Trommel auf Spindel;

t = Tourenzahl der Spindeln;

m = abgewickelte Kettenlänge, entsprechend t Touren;

s = gesamte Fadenlänge;

7 = Tourenzahl der Spindeln während der ganzen Wageneinfahrt.

Dann ist:

$$t = m \frac{i}{\pi D} = m \cdot n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 50)$$

$$d = \frac{D}{i} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 51)$$

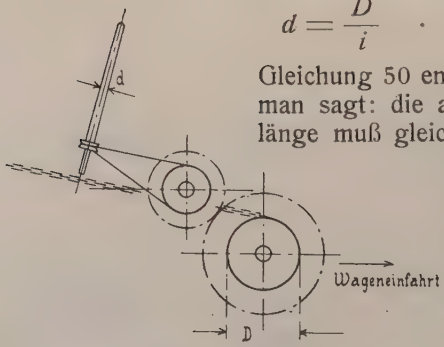

Fig. 18.

Gleichung 50 entstand dadurch, daß man sagt: die abgewickelte Kettenlänge muß gleich sein dem Produkt aus dem Umfang der Kettentrommel, um welche also vorher die Kette geschlungen war, multipliziert mit der Tourenzahl, welche die Trommel während dieser Zeit ausgeführt hat.

Gleichung 51 ergab sich aus folgenden zwei Gleichungen 52, 53, die entstehen, wenn man den Beginn

der Kötzerbildung, also die Wicklungen auf die nackten Spindeln betrachtet, so daß also angenommen werden kann:

$$s = m; \text{ denn } r = o,$$

d. h. nachdem für diesen Fall der Aufhängepunkt der Kette am Quadrantenarm nahezu mit dem Drehpunkt desselben zusammenfällt, kann die abgewickelte Kettenlänge gleichgesetzt werden mit dem Wagenweg, also auch mit der aufzuwickelnden Fadenlänge. Setzt man diesen Wert nun in die Gleichung 50 ein, so ergibt sich

$$T = s \frac{i}{\pi D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 52)$$

Eine weitere Gleichung 53 erhält man durch die Ueberlegung, daß eine Fadenlänge s auf den nackten Spindeldurchmesser d aufgewunden werden muß.

$$T = \frac{s}{\pi d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 53)$$

Mathematisch genau genommen ist Gleichung 53 nicht richtig, denn es ist die Spindel weder ein Zylinder, sondern ein schwach geneigter Kegel, noch wird der Faden, wie hier angenommen wurde, in Form von Fadenringen aufgelegt; doch sollen diese kleinen Fehler, wie schon früher geschehen ist, stillschweigend übergangen werden. Dividiert man nun die beiden Gleichungen 52 und 53 durch einander, so erhält man Gleichung 51.

Es sei nun z. B. $i = 20$, $d = 6$ mm; aus Gleichung 51 $D = 120$ mm; der Spindeldurchmesser ist absichtlich möglichst klein gewählt worden, damit in Gleichung 50 n entsprechend groß wird. Dies wird noch mehr begünstigt, wenn D noch kleiner gewählt wird, wie es eigentlich Gleichung 51 ergibt. In der Praxis könnte man dies schließlich zulassen; es würden eben während der ersten Schichtenbildung die Spindeln zu viel Touren machen; es müßte dann der Aufhängepunkt der Quadrantenkette schon von Anfang an eine gewisse Entfernung vom Drehpunkt des Armes haben.

Für den Wert z. B. $D = 100$ mm ist dann Gleichung 50

$$t_1 = 1{,}5 = m_1 \frac{i}{\pi D} = \frac{24 \cdot 20}{\pi \cdot 100},$$

wobei m_1 gleich ist derjenigen Kettenlänge, welche während der Bildung der absteigenden Spirale abgewickelt wird, nachdem der Aufhängepunkt J der Kette (Fig. 16, S. 40) seine Entfernung r vom Drehpunkt D nicht mehr ändert. Die zugehörige Tourenzahl der Spindeln ist $t_1 = 1{,}5$; dieser Wert ist selbstverständlich zu klein, trotz der für ein möglichst großes t_1 angenommenen günstigsten Werte. Dieses Resultat allein genügt schon, einen solchen speziellen Fall einer Kurve der Spindelgeschwindigkeit mit wagerechter Wendetangente für die Praxis auszuschließen. Bei dieser Untersuchung wurde zwar die Voraussetzung gemacht, daß $v = \frac{\pi}{2}$; selbst bei einer anderen Annahme von v würde kein günstigeres Resultat für t_1 entstehen. Denn nicht nur, daß die Tourenzahl zu klein ist, um den Zweck zu erreichen, den man mit der Kreuzwindung beabsichtigt, sondern daß auch der zugehörige mittlere Schichtendurchmesser viel zu groß ausfallen würde, denn es ist gegeben: $s_1 = 46{,}2$ cm, $t_1 = 1{,}5$, dann ist bestimmt $d_m =$ mittlerer Schichtendurchmesser;

$$d_m = \frac{46{,}2}{\pi \cdot 1{,}5} = \sim 10 \text{ cm} \quad \text{(s. Gleichung 17)}$$

Will man jedoch unbedingt diesen speziellen Fall einer wagerechten Wendetangente erreichen, so ist man eben gezwungen, einen Quadranten mit veränderlicher Winkelgeschwindigkeit zu konstruieren. Die nächste Betrachtung soll über diesen einen Aufschluß geben.

B. *Quadrant mit veränderlicher Winkelgeschwindigkeit.*

Gegeben ist alles was zur Untersuchung des Quadranten mit veränderlicher Winkelgeschwindigkeit bezw. zur Aufstellung einer Gleichung für die letztere erforderlich ist; somit sind also gegeben: Die Gestalt der Kegelschichten, der Wagenweg entsprechend der ab- und aufsteigenden Spirale, die Entfernung des Quadrantendrehpunktes D von der Anfangsstellung der Trommel, die Anfangsstellung des Quadrantenarmes senkrecht zur Bewegungsrichtung der Trommel, die Gleichung 21 und 23 usw. Der Quadrantenarm macht also während der ganzen Wageneinfahrt eine Drehung $\frac{\pi}{2}$.

Es soll nun eine Gleichung für die veränderliche Winkelgeschwindigkeit des Quadrantenarmes aufgestellt werden, so daß für jede beliebige Wagenstellung sofort die zugehörige Drehung des Armes um den $\measuredangle u$ angegeben werden kann, die nötig ist, den Spindeln jene Tourenzahl zu erteilen, welche den Gleichungen 21 und 23 Genüge leistet.

Man betrachte zu diesem Zweck den Quadranten und seine Wirkungsweise als einen Kurbelmechanismus, wobei der Quadrantenarm die Kurbel und die frei hängende Kette die Schubstange vorstellt. Dieser Kurbelmechanismus unterscheidet sich insofern wesentlich von demjenigen z. B. der Dampfmaschine, daß die Schubstange keine konstante Länge hat, sondern stetig wächst und zwar nach den Gesetzen wie sie in den Gleichungen 21 und 23 ausgedrückt sind. Während in bezug auf die Schubstange der eine Endpunkt J (Fig. 19) derselben seine Lage nie verändert, schreitet der andere Endpunkt R in Richtung der Stange stetig fort, gemäß der oben angeführten Gesetze. A sei wiederum die Anfangsstellung der Trommel, infolgedessen ist $AJ = k_0$ die kürzeste Länge der Schubstange. Man denkt sich nun dieselbe von vornherein schon in Richtung AJ über Punkt A hinaus verlängert. R sei nun ein Ring, welcher den wandernden Endpunkt der Schubstange vorstellen soll; dieser Ring verbinde nun letztere mit der Trommelrichtung, wenn man eben die Bahn der Trommel als festliegende Stange AB betrachtet; so daß dann durch diesen Ring beide Stangen gehen.

Die Trommel lege nun einen Weg $AX = x$ zurück; infolgedessen muß sich nun auch der Ring R an der Stelle X befinden, denn er wird ja gezwungen, diesen Weg mitzumachen. Während nun die Trommel diesen Weg zurücklegt, muß gemäß den Gleichungen 21 und 23 eine Kettenlänge $AY = y$ abgewickelt werden, d. h. die Schubstange vergrößert sich während dieser Zeit um diese Strecke, so daß sie eine Gesamtlänge $JY = k$ besitzt. Man stelle sich nun vor, daß der Ring R, um nach X zu gelangen, folgende Bewegung ausgeführt hat. Der Quadrant ist in Ruhe, während R sich in Richtung der Schubstange JA nach Y bewegt; alsdann macht die Schubstange von der Länge JY eine Drehung um Punkt J entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn, bis der Punkt Y, somit auch der Ring R nach X' gelangen. Jetzt hat letzterer

noch den geradlinigen Weg $XX' = x'$ zurückzulegen und zwar bei konstant bleibender Schubstangenlänge; infolgedessen muß der Quadrantenarm JD, betrachtet als Kurbel, eine Drehung u im Uhrzeigersinn ausführen, damit schließlich der Ring R nach X kommt. Auf Grund dieser Betrachtung ist man zu einem Kurbelmechanismus mit kon-

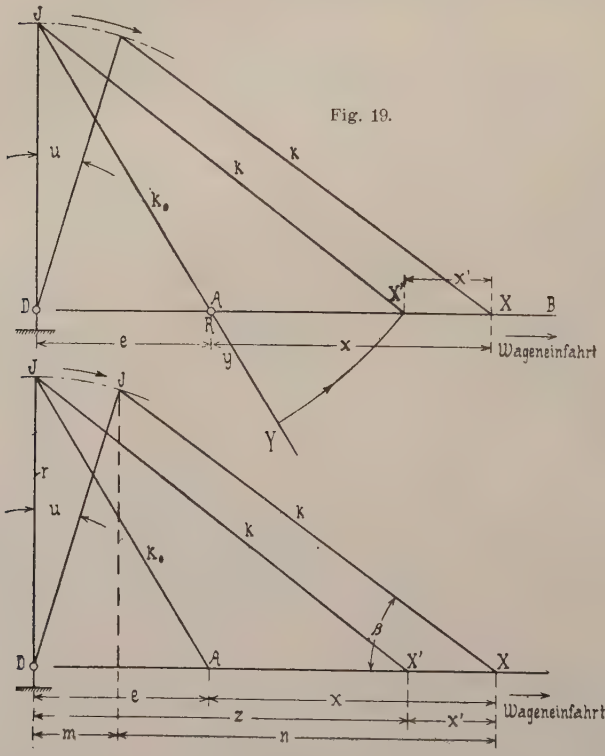

Fig. 19.

Fig. 20.

stanter Schubstangenlänge innerhalb eines Wagenweges x' gelangt. Nachdem alle Größen bis auf $\sphericalangle u$ bekannt sind, kann man nun zu dessen Berechnung übergehen. Diesem Zweck diene nun die folgende Berechnung nebst Fig. 20.

Die Strecke x' läßt sich zweimal ausdrücken:

$$x' = m + n - z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 54)$$

$$x' = e + x - z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 55)$$

Beide Gleichungen addiert und die Werte für m, n entsprechend eingesetzt, gibt:

$$r \sin u + k \cos \beta = e + x \quad . \quad . \quad . \quad 56)$$

$$k = k_0 + y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 57)$$

$$\sin \beta = \frac{r \cos u}{k_0 + y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 58)$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{r \cos u}{k_0 + y}\right)^2} = \sim 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{r \cos u}{k_0 + y}\right)^2 \quad 59)$$

Diese Werte in 56) gibt

$$r \sin u + (k_0 + y)\sqrt{1 - \left(\frac{r \cos u}{k_0 + y}\right)^2} = e + x \,. \quad 56')$$

Diese Gleichung 56′ stellt nun die Gleichung der Winkelgeschwindigkeit bezw. des $\measuredangle u$ dar; x ist die unabhängig, u die abhängig Veränderliche; y selbst kann man sofort aus Gleichung 21, 23 durch x ausdrücken, ent-

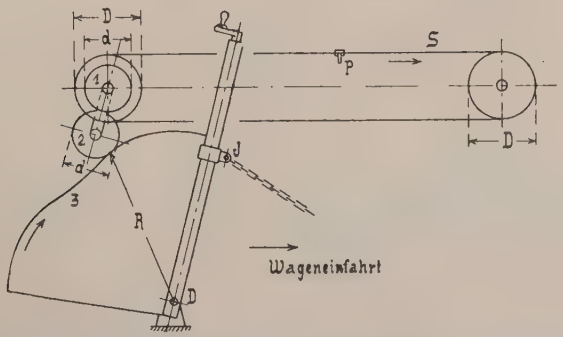

Fig. 21.

sprechend der ab- bezw. der aufsteigenden Spirale. Da nun alle anderen Größen bekannt sind, kann für jeden Wert von x die zugehörige Drehung des Quadrantenarmes berechnet werden.

Der Quadrant werde nun, wie es in der Praxis fast durchwegs der Fall ist, durch Zahnräder in Bewegung gesetzt. S sei in Fig. 21 ein um die beiden gleich großen Trommeln vom Durchmesser D geschlungenes endloses Seil, welches in einem Punkt P mit dem Wagen fest verbunden ist. Bewegt sich nun der Wagen, so wird der ganze

Quadrantenmechanismus durch diesen in Bewegung gebracht. Während nun das Zahnrad *1* mit der einen Seiltrommel auf eine gemeinsame Welle aufgekeilt ist, welch letztere in zwei festliegenden Lagern gehalten wird, kann das Zahnrad *2*, welches hier gleich groß wie *1* gewählt wurde, eine Drehung um seine eigene Achse und gleichzeitig eine solche um die Achse des Zahnrades *1* ausführen, so daß jedoch der Abstand beider konstant bleibt. Das Zahnrad *2* greift nun in ein drittes Zahnrad ein, welches das eigentliche Quadrantenzahnrad vorstellt und einen veränderlichen Teilkreisradius R besitzt, wegen der veränderlichen Winkelgeschwindigkeit des Quadranten in bezug auf eine konstante Wagengeschwindigkeit.

Bezeichnet nun

n = Tourenzahl der Zahnräder *1* und *2* und Seiltrommel, entsprechend einem Wagenweg, bezw. einer abgewickelten Seillänge x;

u = entsprechende Drehung des Quadranten aus seiner Anfangsstellung, so ist:

$$n = \frac{x}{D\,\pi}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad 57)$$

$$n = \frac{R\,u}{d\,\pi}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad 58)$$

u im Bogenmaß.

Aus Gleichung 57 der Wert für n in Gleichung 58 eingesetzt, gibt Gleichung 59.

$$R = \frac{d\,x}{D\,.\,u} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 59)$$

In der Gleichung 59 können mit Rücksicht auf die Gießerei und auf einen guten Zahneingriff die Durchmesser D, d entsprechend günstig gewählt werden. Man erhält sofort eine Gleichung für R in bezug zu x, wenn man aus Gleichung 59 den Wert für u berechnet und in Gleichung 56 einsetzt.

Zum Schluß soll noch auf einen kleinen Fehler hingewiesen werden, welcher bei der vorhergehenden Untersuchung absichtlich unberücksichtigt gelassen worden ist. Es wurde nämlich angenommen, daß die Tourenzahl des Rades *2* gleich derjenigen n des Rades *1* sei, mit der Begründung, daß beide Zahnräder gleiche Durchmesser haben.

Das unrunde Rad *3* bedingt jedoch, was auch bei der Konstruktion des Mechanismus vorgesehen ist, daß sich das Rad *2* um Rad *1* dreht; infolgedessen schwankt die Tourenzahl des ersteren entsprechend dem veränderlichen Radius *R* des Rades *3*. Die Tourenzahl des Rades *2* ist also nicht mehr konstant; man kann jedoch einen ungefähren Mittelwert gleich *n* annehmen. Dieser Fehler wird nun am besten dadurch beseitigt, wenn man statt der beiden Zahnräder *1* und *2* ein einziges unrundes Rad konstruiert, so daß eben letzteres eine konstante Tourenzahl *n* besitzt, und das zweite unrunde Rad *3*, wie früher, die gestellten Bedingungen erfüllt.

Franz Weber, Berlin W., Mauerstr. 80.